فصلنامه تحقیقات مکانیک کاربردی
تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۹/۱۹- تاریخ پذیرش:۱۳۹۶/۱۱/۱۰
دوره۹. شماره ۴. بهار ۱۳۹۷

تحلیل استاتیکی خمش ورق‌های مدور تابعی مدرج بر روی بستر الاستیک پاسترناک با استفاده از روش انتقال دیفرانسیلی

احمد طالبی*[۱]- سمیه عباسی[۲]
۱- دانشجوی دکتری،دانشکده مهندسی مکانیک، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران
Email: ahmad.talebi@dehaghan.ac.ir

چکیده:
در مطالعه حاضر به بهینه‌سازی پره توربین باد و بررسی پدیده واماندگی برروی پره سری ال.ام 19 توربین باد 550 کیلوواتی جهت افزایش توان پرداخته شده است. ابتدا، با در نظرگرفتن سه مقطع در ریشه، وسط و نوک پره و ثابت فرض نمودن پارامترهای طول پره، تعداد پره، سرعت زاویه‌ای و سرعت باد، با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار مطلب، سه ایرفویل بهینه با زاویه‌های حمله بهینه برای سه مقطع انتخاب می‌شود. از آنجا که واماندگی حاصل جدایش جریان برروی ایرفویل پره می‌باشد و منجر به لرزش و تخریب آن می‌شود؛ با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت جریان هوا برروی ایرفویل‌های بهینه سازی شده و پدیده واماندگی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نوآوری این مقاله در روند بدست آوردن ایرفویل و زاویه حمله بهینه می‌باشد و نیز بهینه‌سازی برروی نوع خاصی از پره‌های توربین باد انجام می‌گیرد و پدیده واماندگی بر روی پره‌ی بهینه سازی شده بررسی می‌گردد. نتیجه حاصل از بهینه‌سازی سه ایرفویل بهینه برای سه مقطع ریشه، وسط و نوک پره به ترتیب ایرفویل‌های اف.اف.ا- دبلیو3-211، ناکا63418 و ناکا63421 با زاویه‌های حمله 9، 5 و 3 درجه برای هریک از آنها بود ولی آنچه از نتایج شبیه‌سازی این سه ایرفویل برآمد وجود جدایش در مسیر جریان ایرفویل اف.اف.ا-دبلیو3-211 بود که منجر به واماندگی شد. به همین دلیل ایرفویل ناکا63418 با زاویه حمله بهینه 5 درجه که نتایج بهینه سازی آن نزدیک‌تر به ایرفویل قبلی بود به عنوان ایرفویل بهینه برای ریشه انتخاب گردید. توان خروجی پره بهینه سازی شده محاسبه و با توان خروجی پره اولیه مقایسه گردید که افزایش 13.5 درصد در توان توربین بدست آمد.

کلید واژگان: بهینه سازی، پره توربین باد، شبیه سازی، واماندگی، ایرفویل

Static bending analysis of thin circular plates of FGM on a Pasternak elastic foundation by Differential Transform Method

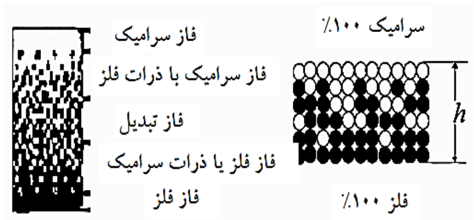
***Ahmad Talebi**[1], Somaye Abasi[2]*
1- PhD Student, Faculty of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Dehaghan Branch, Isfahan, Iran
2- MSc Student, Faculty of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Khomeini Shahr Branch, Isfahan, Iran
†Corresponding Author Email: ahmad.talebi@dehaghan.ac.ir

Abstract:
In this study, static analysis of functionally graded plates on the Pasternak elastic foundation has been investigated by differential transformation DT. That's a new work. And not seen in other articles. Differential transform method (DTM) is a semi-analytic-numerical method. The main purpose is to demonstrate the ability of the DT method to solve the governing equations and to check the accuracy of the results of this method. In this analysis, the changes in the metal properties in the thickness of the FGM plates are expressed by power distribution law. Results from analysis of circular hemorrhages FGM plates with uniformly loading on a two-dimensional elastic foundation is obtained for different boundary conditions and metal properties and variable foundation rigidity. These results are compared with the works done by others in this field and exhibit the high accuracy and precision in the DTM method to solve these equations.

Keywords: *Elastic foundation, Pasternak model, DTM, functional plates*

۱- مقدمه

مسئله ورق‌هایی که روی بستر الاستیک قرار گرفته‌اند دارای اهمیت عملی زیادی در سازه‌های مهندسی مدرن، مهندسی هوافضا، بیومکانیک، پتروشیمی، عمران، مکانیک، الکترونیک، هسته‌ای و مهندسی پی است. علاوه بر این، مواد تابعی مدرج (FGM) یک دسته از مواد کامپوزیت است که شامل دو ماده بوده که ترکیب و ساختار مواد تشکیل دهنده به‌صورت تدریجی از یک انتهای سطح به سمت دیگر در یک راستا تغییر می‌کند. مقصود از تغییر تدریجی در خواص ماده این است که انتقال تند و ناگهانی در خواص مواد زمانی که تحت تأثیر نیروهای خارجی قرار می‌گیرد، می‌تواند باعث تمرکز تنش‌های محلی خیلی بزرگ گردد. اگر انتقال از یک ماده به ماده دیگر به صورت تدریجی انجام پذیرد این تمرکز تنش می‌تواند کاهش یابد.



شکل (۱) شماتیک تغییرات تدریجی ساختمان میکروسکوپی فلز و سرامیک در راستای ضخامت ورق [۱]

مواد تابعی مدرج (FGM) مواد جدیدی هستند که به طور میکروسکوپیک ناهمگن بوده و تغییرات خواص مکانیکی آنها از فلز تا سرامیک به طور پیوسته، به تدریج و بدون هیچ‌گونه تغییرات ناگهانی صورت می‌گیرد. سرامیک به دلیل ضریب انتقال حرارت کم و مقاومت زیاد در مقابل حرارت، دمای بسیار بالا را تحمل کرده و فلز انعطاف پذیری لازم را در مواد تابعی مدرج فراهم می‌کند، که دلیل اصلی این دستاورد تغییرات پیوسته و ملایم در کسر حجمی مواد تابعی مدرج از فلز تا سرامیک است. از کاربردهای این مواد می‌توان در سازه‌های هوافضا، ساخت راکتورهای هسته‌ای، نیمه هادی‌ها و صنایع پزشکی اشاره کرد.

از آنجایی که ورق‌های FGM توجه دانشمندان زیادی را به خود جلب کرده‌اند، در این پژوهش تجزیه و تحلیل استاتیکی ورق‌های مدور FGM در نظر گرفته شده است. روش حل استفاده شده در این طرح پژوهشی روش تبدیل دیفرانسیل (DTM) است روش حل DT یک روش نیمه تحلیلی- عددی، بر اساس بسط سری تیلور است که برای انواع مختلفی از معادلات دیفرانسیل پیشنهاد شده است. روش تبدیل دیفرانسیل نسبت به روش‌های دیگر معادلات را بسیار سریع‌تر و کوتاه‌تر حل می‌کند.

تبدیل دیفرانسیلی مشتق مرتبه kام تابع $f(r)$ به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن $f(r)$ و $F[k]$ به ترتیب تابع اصلی و تابع تبدیل می‌باشند.

(۱)

$$F[k]=\frac{1}{k!}\left(\frac{d^k f(r)}{dr^k}\right)_{r=r_0}$$

تبدیل دیفرانسیلی معکوس $F[k]$ به صورت زیر تعریف شده است:

(۲)

$$f(r)=\sum_{k=0}^{\infty}F[k](r-r_0)^k$$

۲- اهمیت و ضرورت انجام تحقیق

با توجه به آنکه حل معادلات دیفرانسیل ورق دایروی دشوار و پیچیده است؛ و روش‌های حل دقیق در بعضی موارد نمی‌تواند در حل معادلات بکار گرفته شود؛ و یا فقط در پاره‌ای موارد خاص جوابگو است. در این تحقیق از روش DTM برای تحلیل خمشی ورق دایروی بر روی بستر الاستیک پاسترناک استفاده شده است که تا به حال در هیچ مقاله‌ای این تکنیک برای حل این معادلات بکار گرفته نشده است.

در عین حال بستر ارتجاعی شبیه سازی فونداسیون برای سازه‌ای است که در تماس با خاک بوده و یا به صورت شناور باشد. صنایع الکترونیکی، صنایع نفت و گاز از جمله صنایعی هستند که می‌توانند در نتایج حاصل از تحقیق ذینفع باشند.

۳- مروری بر تحقیقات انجام شده:

پس از معرفی مواد تابعی مدرج توسط محققان ژاپنی، یامانوچی و همکارانش [۲] در اولین سمپوزیوم بین المللی در سال ۱۹۹۰، بسیاری از دانشمندان مطالعات خود را در این زمینه ادامه داند. در سال ۱۹۹۹، ردی و همکارانش [۳]، بررسی خمش متقارن ورق مدور و حلقوی FGM را ارائه دادند. نجف زاده و اسلامی [۴]، در سال ۲۰۰۲ کمانش ورق‌های مدور FGM، تحت فشار شعاعی یکنواخت را بررسی کردند. در سال ۲۰۱۱ بوداقی و سعیدی [۵]، تحلیل پایداری ورق مستطیلی FGM بر روی بستر الاستیک را بررسی کردند. زنکور و همکارانش [۶]، در سال ۲۰۱۱ تئوری‌های مرتبه اول ساده و پیچیده را برای ورق‌های قرارگرفته بر روی بستر الاستیک استفاده کردند. روش تبدیل دیفرانسیل (DTM) برای اولین بار در سال ۱۹۸۶، توسط ژو معرفی شد. [۷]، او با استفاده از این روش، حل مسائل مقدار اولیه خطی و غیر خطی مدارهای الکتریکی را ارائه کرد. در سال ۱۹۹۹، چن و هو، این روش را در معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بکار گرفتند و

برای حل مسائل خطی و غیرخطی مقدار اولیه راه حلی به صورت سری به دست آوردند. اریکوگلو و همکارش، در سال ۲۰۰۵ با استفاده از روش تبدیل دیفرانسیلی، مسائل مقدار مرزی معادلات انتگرال- دیفرانسیلی را حل کردند. سرتریالکین و همکارانش، در سال ۲۰۰۹ ارتعاش آزاد ورق مدور را با استفاده از روش تبدیل دیفرانسیل (DTM) بررسی کردند.

۴- معادلات حاکم:

خواص مکانیکی مواد FG بر اساس قانون توزیع توان در امتداد ضخامت تغییر می‌کند. مدول الاستیسیته E به عنوان تابعی از کسر حجمی g می‌تواند به صورت رابطه (۳) بیان شود، علاوه بر این ضریب پواسون می‌تواند به عنوان یک نسبت ثابت بر طیف وسیعی از کسر حجمی در نظر گرفته شود:

$$(v(z)=v)$$

(۳)

$$E(z)=(E_c-E_m)\left(\frac{z}{h}+\frac{1}{2}\right)^g+E_m$$

که در آن E_c ,E_m به ترتیب مدول الاستیسیته فلز و سرامیک است؛ و g شاخص کسر حجمی است که در آن $g=0(g\rightarrow\infty)$ نشان دهنده ورق سرامیکی (ورق فلزی) است.

معادله دیفرانسیل خمش ورق نازک مدور بر روی بستر الاستیک وینکلر بر اساس تئوری کلاسیک ورق(CPT) [۸]، از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند.

(۴)

$$\nabla^4 w=\frac{1}{D}\left(P-k_w w+k_s\left(\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right)\right)$$

با توجه به اینکه خواص مکانیکی ورق FGM نسبت به سطح میانی نامتقارن است.[۹]، محل سطح خنثی فیزیکی (که در آن کرنش و تنش صفر می‌باشند)، بر روی سطح میانی واقع نشده است. موقعیت این سطح نسبت به سطح میانی با z_0 معرفی شده است.

(۵)

$$z_0=\frac{\int_{-h/2}^{h/2} zE(z)\,dz}{\int_{-h/2}^{h/2} E(z)\,dz}$$

با استفاده از پارامتر فوق، صلبیت خمشی ورق به صورت زیر تعیین می‌شود.

(۶)

$$D=\int_{h/2}^{h/2}\frac{(z-z_0)^2E(z)}{1-v^2}dz$$

اپراتور بای- هارمونیک به صورت زیر تعریف شده است.

(۷)

$$\nabla^4 w=\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)\left(\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right)$$

پس از جایگزین $\nabla^4 w$، در معادله (۴) فرم ساده شده معادله دیفرانسیل به صورت زیر در می‌آید.

$$\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)\left(\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right)\times$$

(۸)

$$\frac{1}{D}\left(P-k_w w+k_s\left(\frac{d^2w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}\right)\right)=0$$

با توجه به پارامترهای بی‌بعد زیر

(۹)

$$\varphi=\frac{r}{l}\ ,W=\frac{w}{l}\quad ,K_w=\frac{k_wl^4}{D}\quad ,q=\frac{Pl^3}{D}\quad ,K_s=\frac{k_sl^2}{D}$$

معادله بی بعد حاکم به شکل زیر در می‌آید.

$$\varphi^3\frac{d^4W}{d\varphi^4}+2\varphi^2\frac{d^3W}{d\varphi^3}-\varphi\frac{d^2W}{d\varphi^2}+\frac{dW}{d\varphi}+K_w\varphi^3W-$$

(۱۰)

$$q\varphi^3-K_s\left(\varphi^3\frac{d^2W}{d\varphi^2}+\varphi^2\frac{dW}{d\varphi}\right)=0$$

فرم بدون بعد شرایط مرزی ورق تحت تکیه‌گاه گیردار (C)، به صورت زیر است.

$$W|_{\varphi=1}=0\ ,\qquad \frac{dW}{d\varphi}|_{\varphi=1}=0 \qquad (۱۱)$$

فرم بدون بعد شرایط مرزی ورق با تکیه‌گاه ساده (S)، مطابق زیر است.

(۱۲)

$$W|_{\varphi=1}=0\ ,\ -D\left[\varphi\frac{d^2W}{d\varphi^2}+v\frac{dW}{d\varphi}\right]=0$$

فرم بدون بعد شرط مرزی قاعده‌ای در مرکز ورق مدور (R.C) عبارت است از

(۱۳)

$$\frac{dW}{d\varphi}|_{\varphi=0}=0$$

با استفاده از روابط تبدیل دیفرانسیلی می‌توان معادله دیفرانسیل خمش ورق بر روی بستر الاستیک (۸) را حل کرد که به رابطه ساده شده بازگشتی زیر خواهیم رسید.

$$W[k+1]=\frac{1}{(k+1)^2(k-1)^2}[q\delta(k-3)-$$

$$K_w \sum_{k_1=0}^{k} [\delta(k_1-3)W[k-k_1] + K_s(k-1)^2 W[k-1]]$$
$$for k \ge 0$$

$$W[k+1] = \frac{1}{(k+1)^2(k-1)^2}[-K_w W[k-3] + K_S(k-1)^2 W[k-1]] \qquad for k > 3 \quad (۱۴)$$

تبدیل دیفرانسیل شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار (۱۵) و تکیه‌گاه ساده (۱۶) و شرایط قاعده‌ای در رابطه (۱۷) آورده شده است.

(۱۵)

$$\sum_{k=0}^{N} W[k] = 0, \qquad \sum_{k=0}^{N} kW[k] = 0$$

(۱۶)

$$\sum_{k=0}^{N} W[k] = 0, \quad \sum_{k=0}^{N} k(k-1+\nu)W[k] = 0$$

(۱۷)

$$W[1] = 0$$

۵- حل کامل مسئله خمش ورق مدور:

با توجه به روابط بازگشتی (۱۴) و شرایط مرزی و قاعده‌ای برای $k = 0,1,2,3$ خواهیم داشت.

(۱۸)

$$W[0] = a \; ,W[1] = 0 \; ,W[2] = b \; ,W[3] = 0$$

می‌توان معادلات زیر را با استفاده از رابطه بازگشتی (۱۴)، برای $k = 4,5,6...$ به دست آورد.

$$W[4] = \frac{q + 2^2 W[2]K_s - W[0]K_w}{4^2 \times 2^2},$$
$$W[5] = \frac{3^2 W[3]K_s - W[1]K_w}{5^2 \times 3^2}$$
$$W[6] = \frac{4^2 W[4]K_s - W[2]K_w}{6^2 \times 4^2},$$
$$W[7] = \frac{5^2 W[5]K_s - W[3]K_w}{7^2 \times 5^2},$$
$$W[8] = \frac{6^2 W[6]K_s - W[4]K_w}{8^2 \times 6^2},$$
$$W[9] = \frac{7^2 W[7]K_s - W[5]K_w}{9^2 \times 7^2},$$
$$W[10] = \frac{8^2 W[8]K_s - W[6]K_w}{10^2 \times 8^2}$$

(۱۹)

با در نظرگرفتن $\varphi = \frac{r}{l}$، تابع $W(\varphi)$ مطابق معادله (۲) در $r_0 = 0$ به دست خواهد آمد

(۲۰)

$$W(\varphi) = \sum_{k=0}^{N} W[k]\varphi^k = W[0]\varphi^0 + W[1]\varphi^1 + \ldots.$$

پس از جایگزین روابط (۱۸) و (۱۹) در معادله فوق، برای ده جمله اول (N=10) معادله به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$W(\varphi) = a + b\varphi^2 + \frac{q + 4bK_s - aK_w}{4^2 \times 2^2}\varphi^4 + \frac{(q + 4bK_s - aK_w)K_s - 576\,bK_w}{6^2 \times 4^2 \times 2^2}\varphi^6 + \frac{(K_s^2 - K_w)(q + 4bK_s - aK_w) - 576\,bK_w}{8^2 \times 6^2 \times 4^2 \times 2^2}\varphi^8 + \frac{(K_s^3 - 2K_sK_w)(q + 4bK_s - aK_w) - 576\,bK_w(K_s^2 - K_w)}{10^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 4^2 \times 2^2}\varphi^{10} + O(\varphi)^{12}$$

(۲۱)

از آنجایی که ترم‌های فرد $W(k)$ مثل: $W(1), W(3),....$ صفر شدند و ترم‌های زوج همگی بر حسب $W(0)$ یا $W(2)$ به دست آمدند، برای به دست آوردن تابع خیز بدون بعد $W(\varphi)$ معادله (۲۱) نیاز به محاسبه عددی $W(0)$ و $W(2)$ می‌باشد.

برای نشان دادن سرعت همگرایی روش DT، در این بخش، نتایج برای ورق تحت شرط مرزی گیردار به عنوان نمونه آورده شده است. با جایگذاری کمیت‌های بدون بعد می‌توان مقادیر $W(0)$ و $W(2)$ را برای مقادیر مختلفی از N به دست آورد.

با قرار دادن مقادیر عددی زیر

$$(k_w = 0, k_s = 0,\; g = 0,\; l = 0.6m,\; h = 0.01m,\; p = -100000Pa)$$

نتایج برای موارد $N = 4,6,8,10$ به دست می‌آید، که همگی آنها به جواب‌های زیر همگرا شدند.

$$W[0] = -0.0096986842, \quad W[2] = 0.0193973684$$

(۲۲)

۱-۵- تحلیل و ارزیابی میزان خطای روش حل:

به منظور نشان دادن دقت و صحت روش حل، تجزیه و تحلیل خطا مورد بررسی قرار می‌گیرد. خطای روش حل (DTM) را می‌توان با توجه به قضیه تیلور [۱۸] به صورت زیر ارزیابی کرد

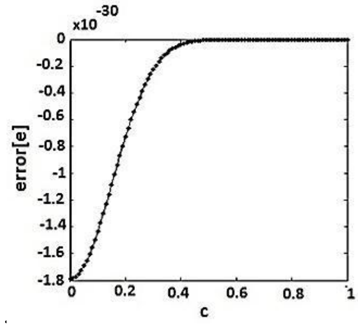
(۲۳)

$$e = \frac{W^{n+1}(c)}{(n+1)!}(\varphi - \varphi_0)^{n+1}$$

که در آن c عدد دلخواهی در بازه‌ی $\varphi_0 \le c \le \varphi$ است که $\varphi = 1,\ \varphi_0 = 0$ و $n = 10$ است. معادله (۲۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$e = \frac{W^{11}(c)}{(11)!} \qquad (۲۴)$$

میزان خطا در بازه‌ی $0 \le c \le 1$ محاسبه‌شده و در شکل (۲) نشان داده شده است. حداکثر مقدار خطا در این بازه، در $c = 0$ رخ می‌دهد و سپس خطا در طول بازه کاهش می‌یابد به طوری که در $c = 1$ به حداقل مقدار خود رسیده و صفر می‌شود. مقدار مطلق حداکثر خطا که با استفاده از معادله فوق به دست آمده است (معادله (۲۴)) برابر است با



شکل (۲) میزان خطا در بازه‌ی $0 \le c \le 1$

مقدار مطلق حداکثر خطا که با استفاده از معادله فوق به دست آمده است (معادله (۴)) برابر است با

(۲۵)

$$\left| e_{max} \right| = 1.78930877 \times 10^{-30}$$

۶- بحث و نتایج عددی خمش ورق:

از آنجایی که خواص مواد تشکیل دهنده ورق FGM، در راستای ضخامت به طور یکنواخت از فلز تا سرامیک تغییر می‌کند. برای سنجش صحت و اعتبار نتایج به دست آمده برای ورق FGM، نتایج تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده در مقالات ردی [۳] و چن [۱۱] در جدول (۳) مقایسه شده است. در این جدول ماکزیمم خیز بدون بعد ورق FGM تحت شرایط مرزی گیردار (clamped) در حالت $k_w = 0$، ارائه شده است. مدل FGM استفاده شده در مقالات ردی و چن برای فلز (تیتانیوم) و سرامیک (زیرکونیوم) مطابق زیر در نظر گرفته شده و نسبت پواسون ثابت فرض شده است.

(۲۶)

$$E = E_m \left(\frac{h - 2z}{2h} \right)^g + E_c \left[1 - \left(\frac{h - 2z}{2h} \right)^g \right], \nu = const$$

مقادیر عددی استفاده شده جهت مقایسه با نتایج مقالات ردی و چن به صورت زیر است.

(۲۷)

$$P = 1MPa,\ l = 0.1m,\ h = 0.03m,\ W_1 = w / w_1(0),$$
$$w_1(0) = Pl^4 / 64D^*,\ D^* = Eh^3 / 12(1 - \nu^2),$$
$$\nu = 0.288,\ E_m = 110.25GPa,\ E_c = 278.41GPa$$

که در آن $w_1(0)$ خیز ماکزیمم مرکز ورق همسانگرد همگن تحت بار گسترده یکنواخت و شرایط مرزی گیردار می‌باشد.

جدول (۱): خیز ماکزیمم بدون بعد W_1 ورق مدور FGM تحت شرایط مرزی گیردار

Chen[13]	Reddy[3]	Present	g
2.525	2.525	2.5253	0
1.388	1.388	1.3882	2
1.269	1.269	1.2690	4
1.169	1.169	1.1692	8
1.143	1.143	1.1427	10
1.034	1.034	1.0344	50
1.018	1.018	1.0177	10^2
1.002	1.002	1.0018	10^3
1.001	1.000	1.0002	10^4
1.001	1.000	1.0000	10^5

برای مقادیر مختلفی از سفتی بستر الاستیک وینکلر، نتایج خیز بدون بعد ورق مدور همسانگرد همگن، FGM و سرامیک ارائه شده است. نتایج به دست آمده در جدول (۲) و جدول (۳) شرایط مرزی گیردار و ساده است که باهم مقایسه می-شوند.

جدول (۲): خیز ماکزیمم بدون بعد ورق مدور ایزوتروپیک

isotropic plate	FGM $g = 100$	FGM $g = 10$	Ceramic $g = 0$	k_w
-0.0526	-0.0467	-0.0282	-0.0097	0
-0.0438	-0.0396	-0.0254	-0.0094	1
-0.0257	-0.0243	-0.0182	-0.0082	5
-0.0167	-0.0161	-0.0133	-0.0070	10
-0.0095	-0.0093	-0.0085	-0.0055	20
-0.0018	-0.0038	-0.0039	-0.0033	50
-0.0036	-0.0018	-0.0019	-0.0019	10^2

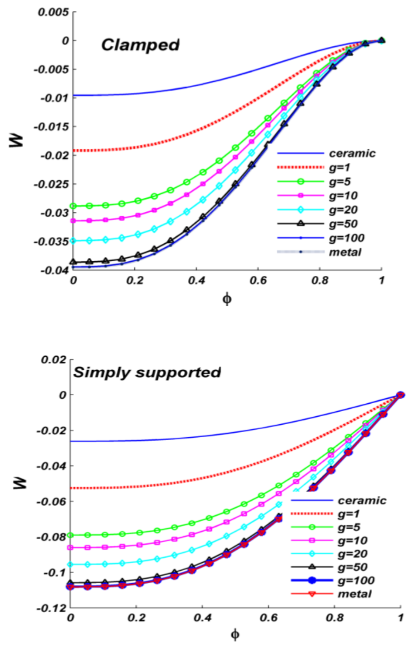
جدول (3): خیز ماکزیمم بدون بعد ورق مدور ایزوتروپیک همگن، FGM و سرامیک $(K_s = 0)$ شرایط مرزی ساده

isotropic plate	FGM $g = 100$	FGM $g = 10$	Ceramic $g = 0$	k_w
-0.2146	-0.1905	-0.1150	-0.0395	0
-0.1158	-0.1085	-0.0790	-0.0342	1
-0.0393	-0.0386	-0.0345	-0.0221	5
-0.0207	-0.0206	-0.0198	-0.0153	10
-0.0101	-0.0102	-0.0104	-0.0093	20
-0.0038	-0.0037	-0.0039	-0.0041	50
-0.0017	-0.0017	-0.0018	-0.0020	10^2

منحنی‌های مربوط به خمش ورق مدور ایزوتروپیک همگن و FGM تحت بار گسترده یکنواخت با شرایط مرزی تکیه گاهی گیردار و ساده، در شکل (۳) نشان داده شده است. خیز

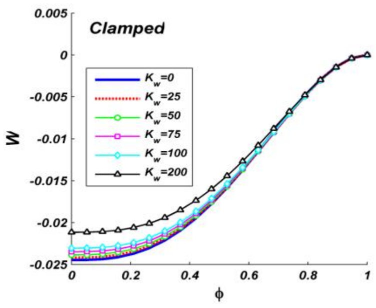
بدون بعد برای حالتی که سفتی بستر الاستیک وینکلر و پاسترناک صفر باشند $(K_s, K_w = 0)$، به تصویر کشیده شده است.

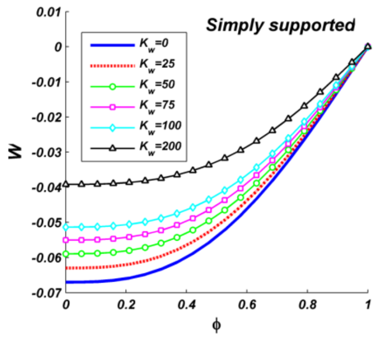
با توجه به منحنی‌های ارائه شده می‌توان مشاهده کرد که مقادیر بزرگ‌تر شاخص کسر حجمی g، منجر به افزایش خیز می‌شوند و این امر به دلیل این است که با افزایش g صلبیت خمشی ورق کاهش پیدا کرده و در نتیجه خمش ورق افزایش خواهد یافت. همان‌طور که نشان داده شده مقدار خیز ورق همگن ایزوتروپیک بیشتر از ورق‌های FGM است .



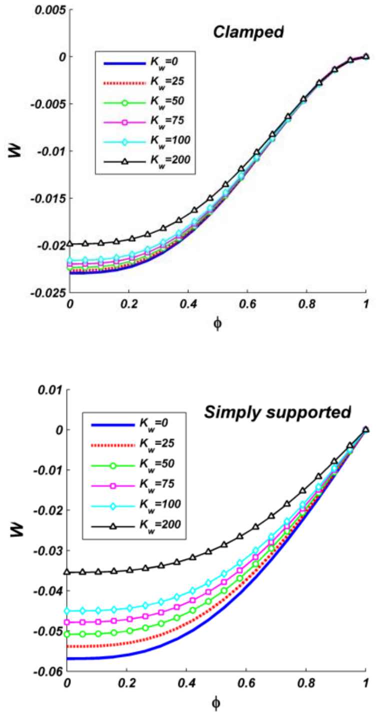
شکل (۳) خیز بدون بعد ورق مدور FGM و ایزوتروپیک همگن تحت شرایط مرزی گیردار و ساده

با توجه به منحنی‌های ارائه شده می‌توان مشاهده کرد که مقادیر بزرگ‌تر شاخص کسر حجمی g، منجر به افزایش خیز می‌شوند و این امر به دلیل این است که با افزایش g نشان می‌دهند. در این شکل‌ها، منحنی‌های مربوط به مقادیر مختلفی از سفتی بستر الاستیک تحت شرایط مرزی گیردار و ساده ارائه شده است. در ورق مدور FGM برای مقادیر بالاتری از شاخص کسر حجمی g، نشان داده شده است که بستر الاستیک، خیز را به طور مؤثرتری محدود می‌کند.

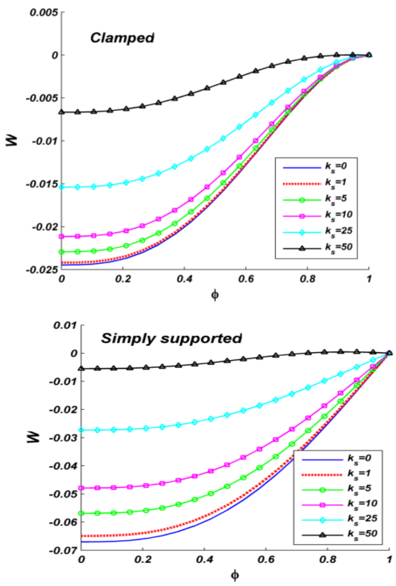




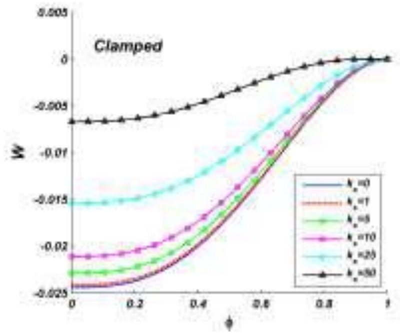
شکل (۴) خیز بدون بعد ورق مدور FGM در راستای شعاع بدون بعد برای $K_s = 0$,$g = 2$ ، با شرایط مرزی گیردار و ساده

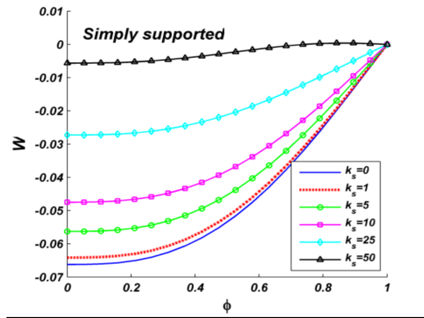


شکل (۵) خیز بدون بعد ورق مدور FGM در راستای شعاع بدون بعد برای $K_s = 5$,$g = 2$ ، با شرایط مرزی گیردار و ساده



شکل (۶) خیز بدون بعد ورق مدور **FGM** در راستای شعاع بدون بعد برای $g=2$ ، $K_w=0$ ، با شرایط مرزی گیردار و ساده





شکل (۷) خیز بدون بعد ورق مدور **FGM** در راستای شعاع بدون بعد برای $g=2$ ، $K_w=5$ ، با شرایط مرزی گیردار و ساده

مشاهده می‌شود که رفتار سرامیک $(g=0)$ و فلز با رفتار مواد تابعی مدرج FGM متفاوت است. با افزایش شاخص کسر حجمی g، صلبیت خمشی کاهش یافته و در نتیجه خمش افزایش می‌یابد و از آنجا تغییر شکل در ورق بیشتر خواهد شد. با مقایسه شکل‌ها می‌توان دریافت که اثر بستر الاستیک بر روی مواد FGM بسیار چشمگیرتر از مواد همگن ایزوتروپیک خواهد بود.

۷- مراجع:

[1] D. Saji,ByjiVarughese, S.C. Pradhan, Finite element analysis for thermal buckling behavior in functionally graded plates with CUT-OUTS, Proceedings of the International Conference on Aerospace Science and Technology, Bangalore India, INCAST 2008-113

[2] Yamanouchi M, Koizumi M, Shiota I, Proceedings of the first international symposium on functionally gradient materials, Sendai, Japan, 1990.

[3] J.N. Reddy, C.M. Wang, S. Kitipornchai, Axisymmetric bending of functionally graded circular and annular plate, Eur. J. Mech. A. Solids 18 (1999) 185–199.

[4] M.M. Najafzadeh, M.R. Eslami, Buckling analysis of circular plates of functionally graded materials under uniform radial compression, Int. J. Mech. Sci. 44 (2002) 2479–2493.

[5] M. Bodaghi, A.R. Saidi, Stability analysis of functionally graded rectangular plates under nonlinearly varying in-plane loading resting on elastic foundation, Arch. Appl. Mech. 81 (2011) 765–780.

[6] A.M. Zenkour, M.N.M. Allam, M.O. Shaker, A.F. Radwan, On the simple and mixed first-order theories for plates resting on elastic foundations, Acta. Mech. 220 (2011) 33–46.

[7] J.K. Zhou, Differential Transformation and Its Applications for Electrical Circuits, Huarjung University Press, Wuhahn, China, 1986 (in Chinese).

[8] C.K. Chen, S.H. Ho, Solving partial differential equations by two-dimensional differential transform, Appl. Math. Comput. 106 (1999) 171–179.

[9] AytacArikoglu, Ibrahim Ozkol, Solution of boundary value problems for integro-differential equations by using differential transform method, Appl. Math. Comput. 168 (2005) 1145–1158.

[10] HasanSerterYalcin, AytacArikoglu, Ibrahim Ozkol, Free vibration analysis of circular plates by differential transformation method, Appl. Math. Comput. 212 (2009) 377–386.

[11] S. Timoshenko, S. Woinowsky- Krieger, Theory of Plates and Shells, second ed, McGraw-Hill Inc., New York, 1959.

[12] Da-Guang Zhang, You-He Zhou, A theoretical analysis of FGM thin plates based on physical neutral surface, Comput. Materials Sci. 44 (2008) 716-720.

[13] X.Y. Li, H.J. Ding, W.Q. Chen, Elasticity solutions for a transversely isotropic functionally graded circular plate subject to an axisymmetric transverse load qr^k , Int. J. Solids Struct. 45 (20-08) 191-210.