فصلنامه تحقیقات مکانیک کاربردی
تاریخ دریافت: ۹۶/۳/۲ تاریخ پذیرش:۱۳۹۶/۴/۱۹
دوره۹. شماره ۱. تابستان۱۳۹۶

بررسی تحلیلی معادله غیر خطی جریان سیال در محیط متخلخل همراه با ملاحظه ترم فرشهیمر و برآورد ضریب جابجایی حرارتی

محمدرضا شاه نظری[۱]، میر هدایت موسوی [۲]
۱- دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران،ایران
shahnazari@kntu.ac.ir

چکیده:
جریان توسعه یافته سیال در کانال پر شده از محیط متخلخل به عنوان یکی از مسائل کلاسیک در زمینه مکانیک سیالات شناخته می شود. مدل دارسی، برینکمن و برینکمن فورشهیمر از مدلهای شناخته شده توصیف چنین جریانی می باشد. معادله دارسی به عنوان پرکاربردترین معادله بر اساس تشریح نیروی اصطکاکی بین سیال و شبکه جامد متخلخل شکل گرفته است. در معادله برینکمن، ترم ویسکوزیته مشابه ترم لاپلاسین در معادله ناویر استوکس به معادله دارسی اضافه می شود و در نهایت ترم فورشهیمر یک ترم دراگ درجه دوم ناشی از تاثیر جامد بر سیال را بیان می کند.
افزودن ترم فرشهیمر به معادله دارسی برینکمن سبب غیر خطی شدن معادله می گردد. در این مقاله علاوه بر ارائه پاسخ تحلیلی برای این معادله ضریب انتقال حرارت جابجایی برآورد شده است. تاثیر کلیه پارامترها بر عدد ناسلت برآورد شده است.
نتایج نشان می دهد ؛ با افزایش ضریب فرشهیمر عدد ناسلت کاهش می یابد ؛ این روند کاهش در اعداد دارسی کوچکتر به یکباره صورت میگیرد و عدد ناسلت به مقادیر مجانبی خودمیل میکند. در حالیکه با افزایش عدد دارسی روند کاهش به یک روند خطی نزدیک می گردد.

کلید واژگان: محیط متخلخل، برینکمن- فرشهیمر، جریان توسعه یافته، ناپایداری جریان سیال

Analytical Study of The Nonlinear Fluid Flow Equation In The Porous Media With The Considering of The Forchheimer Term and The Convection Heat Transfer Coefficient Evaluation

***Mohammad Reza Shah nazari*[1], *Mir Hedayet Musavi*[2]**

1- Associate professor, Mechanical Faculty of K.N.Toosi University of Technology,Tehran, Iran
2- M.S. Student, Mechanical Faculty of K.N.Toosi University of Technology,Tehran, Iran

†Corresponding Author Email: shahnazari@kntu.ac.ir

Abstract:
Fluid developed flow in a channel filled with porous medium is known as one of the classical problems in the field of fluid mechanics. The Darcy model, Brinkman and Brinkman Forchheimer are well-known models for describing this flow. Darcy's equation is the most widely used equation based on the description of frictional force between fluid and porous solid network. In the Brinkman equation, the term of viscosity similar to that of Laplacian in the Navier Stokes equation is added to the Darcy equation. Finally, the Forchheimer term expresses a quadrature drag term due to the solid effect on the fluid. Adding the Forchheimer term to the Brinkman equation leads to the nonlinearity of the equation. In this paper, in addition to providing an analytical solution for this equation, the convection heat transfer coefficient is valuated. The effect of all parameters on the Nusselt number is estimated.
The results show that with the increase of the Forchheimer coefficient, the Nusselt number decreases; this decreases in smaller Darcy numbers is suddenly, and the Nusselt number converges to its asymptotic values. While increasing the Darcy number, the trend is closer to a linear trend.

Keywords: Porous Media, Brinkman- Forchheimer, Developed Fluid Flow, Fluid Flow Instability

۱- مقدمه:

معادله دارسی پرکاربردترین معادله جهت بیان جریان سیال در محیط متخلخل است.[1] با توجه به محدودیت‌های این روش به ویژه به منظور تصحیح تاثیر نیروی اصطکاک سیال با شبکه جامد محیط متخلخل، فورشهیمر معادله دارسی را بهبود بخشید. ترم افزوده شده در معادله فورشهیمر سبب غیرخطی شدن معادله برینکمن می‌گردد. [2].

موناف و همکاران .[3] نشان دادند که تاثیر ترم اینرسی در جریان سیال در محیط متخلخل تحت شرایطی مهم خواهد بود. در مسائلی از قبیل بازیابی چاه نفت که جریان نفت توسط بخار پرفشار هدایت می-شود؛ هنگامی که گرادیان فشار بسیار زیاد باشد یا جریان سیال چگال، ترم اینرسی موثر خواهد بود.

سابرا مانیامو رجا گوپال .[4]جریان سیال پر فشار همراه با گرادیان فشار بالا را با در نظرگرفتن ویسکوزیته وابسته به فشار مدلسازی و بررسی کردند. کانان و رجا گوپال.[5] همچنین جریان سیال پرفشار بر روی یک صفحه شیبدار با گرادیان فشار زیاد ناشی از جاذبه را بررسی کردند و نتایج این بررسی نشانگر گسترش لایه مرزی بود که در آن ورتیسیتی تمرکز یافته است.

در هر دو بررسی جریان پایا و به واسطه فرم ویژه فرض شده از ترم اینرسی صرف نظر شده است. وفائی و کیم یک حل تحلیلی برای جریان لامینار سیال درون یک کانال حاوی محیط متخلخل ارائه کرده اند. [6]

در این مدل فرض شده بود که لایه مرزی تا مرکز کانال گسترش نمی‌یابد. مقایسه این حل با حل عددی نشانگر تطابق خوب نتایج است در صورتی که عدد دارسی کوچکتر از یک باشد. دلیل این موضوع افزایش ضخامت لایه مرزی مومنتومی به دلیل افزایش عدد دارسی است [7]

نیلد و همکاران یک پاسخ تحلیلی دیگر برای همان مسأله بدون بهره گیری از تقریب لایه مرزی ارائه نمودند. برخلاف پاسخ ارائه شده توسط کیم و وفائی، این پاسخ برای جریان با عدد دارسی بزرگتر از یک کاربردی است و برای جریان‌های با عدد دارسی کوچکتر از یک به دلیل افزایش خطا در محاسبه انتگراسیون عددی که مبنای این پاسخ را تشکیل می دهد، از دقت مناسبی برخوردار نیست.[8]

جریان سیال در محیط متخلخل از نگاه دیگر یک شکل خاص جریان دوفاز است که در آن حرکت نسبی فاز سیال در یک شبکه‌ی ذرات جامد بررسی می‌گردد. گرچه معمولا فرض می‌گردد که شبکه‌ی ذرات جامد صلب و ساکن هستند و بنابراین جریان به صورت یک جریان تک‌فاز در نظر گرفته‌می‌شود. تحلیل‌های گوناگونی توسط محققین مختلف، درخصوص مدل‌های ذکرشده جریان سیال محیط متخلخل ارائه شده‌است.[11, 10, 9]

به دلیل غیر خطی بودن معادله برینکمن فرشهیمر، بررسی این مدل غالبا با روش‌های عددی صورت گرفته‌است. [12] در این مقاله استفاده از روش هموتوپی لیائو [13] و روش کوروش[14] ، یک حل تحلیلی مناسب برای مدل‌های مختلف جریان در کانال و روی صفحه محیط متخلخل ارائه شده است. مهمترین نقطه قوت پاسخ ارائه شده، سهولت استفاده از نیمرخ سرعت به ویژه برای تحلیل مسئله‌ی انتقال حرارت جابجایی و همچنین تحلیل اکسرژیک جریان می‌باشد.

۲- معادلات حاکم

جریان سیال غیرقابل تراکم ویسکوز نیوتونی در محیط متخلخل و شرایط پایا توسط معادله‌ی پیوستگی و معادله‌ی دارسی- برینکمن فرشهمیر بیان می‌گردد.

$$\nabla . V = 0 \qquad (۱)$$

$$(V.\nabla)V = -{}^{1}/_{\rho}\,\nabla P + \nu\nabla^2 V + \frac{\nu}{K}.V + \frac{C_F V|V|}{\sqrt{K}} \qquad (۲)$$

در این معادلات V بردار سرعت، ρ دانسیته‌ی سیال،υ ویسکوزیته سیال و P فشار سیال است. همچنین ترم سوم سمت راست، ترم دارسی و در آن K بیان‌گر میزان نفوذپذیری محیط متخلخل و ترم چهارم نشان‌گر ترم فرشهمیر است که در آن C_F نشان‌گر ضریب فرشهمیر می‌باشد.

با در نظر گرفتن جریان توسعه‌یافته درون یک کانال با دیواره‌های مسطح پرشده از مواد متخلخل (شکل ۱). و در نتیجه صرف‌نظر از تغییرات در راستای محوری ($\frac{\partial}{\partial x} = 0$) ، جریان دارای پروفایل سرعت یک بعدی خواهد بود (v=0).

در این حالت از معادله‌ی (۲) می‌توان نوشت:

$$0 = -{}^{1}/_{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \nu u_{yy} - \frac{\nu}{K}u - \frac{C_F}{\sqrt{K}}u|u| \quad (۳-۱)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (۳-۲)$$

به عبارت دیگر

$$\begin{cases} u = u(y) \\ P = P(x) \end{cases} \qquad (۴)$$

معادله‌ی (۳) حالت کلی برای مدل‌های دارسی، دارسی فرشهیمر و دارسی – لپ وود- بریکمن می‌باشد که با صرف‌نظر کردن از ترم-های مختلف آن یکی از مدل‌های اشاره شده حاصل خواهد شد.

$${}^{1}/_{\rho}\,\bar{P}_{1\bar{x}} + {}^{\nu}/_{k}\,\bar{u} = 0 \qquad (۵-۱)$$

معادله دارسی

معادله دارسی-فرشهیمر (۲-۵)

$$\frac{1}{\rho}\bar{P}_{1\bar{x}} + \frac{\nu}{k}\bar{u} + \frac{C_F}{\sqrt{k}}|\bar{u}|\bar{u} = 0$$

معادله دارسی—برینکمن (۳-۵)

$$\nu\bar{u}_{yy} = \frac{1}{\rho}\bar{P}_{1\bar{x}} + \frac{\nu}{k}\bar{u}$$

با معرفی متغیرهای بدون بعد به صورت

$$y=\frac{\bar{y}}{H}\ ،\ u=\frac{\bar{u}}{U}\ ،Re=\frac{\rho v h}{\mu}\ \Delta P=\frac{\overline{\Delta P}}{\rho v^2}$$

معادلات حاکم را می‌توان به فرم زیر بازنویسی کرد

$$D_a Re\, A + u = 0$$

$$D_a Re\, A + u + C_f Re\sqrt{D_a}|u|u = 0 \qquad (۶)$$

$$D_a Re\, A + u = D_a u_{yy}$$

و در حالت کلی معادله دارسی برینکمن فرشهیمر (معادله ۳-۱) به شکل زیر بیان می‌گردد

$$D_a u_{yy} = D_a Re\, A + u + C_f Re\sqrt{D_a}|u|u$$

(۷)

که در آن $A=\frac{\Delta P}{L}$ ، $L=\frac{\bar{L}}{h}$ ، $\Delta P=\frac{\overline{\Delta P}}{\rho U^2}$ و در نهایت $D_a=\frac{K}{H^2}$ می‌باشد.

۳- حل مجانبی برای مقادیر عدد دارسی بزرگ

برای مقادیر $D_a \gg$ با در نظر گرفتن $\frac{1}{\sqrt{D_a}}=\varepsilon$ معادله‌ی ۷ را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$u_{yy} = Re\,A + \varepsilon\, C_f Re|u|u + \varepsilon^2 u \qquad (۸)$$

با در نظر گرفتن $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \cdots$ ، معادلات حاصل بر حسب توان‌های مختلف ε برابر است با:

$$\varepsilon^0 \qquad u_{0\,yy} = Re\,A$$

$$\varepsilon^1 \qquad u_{1\,yy} = {u_0}^2 Re\, C_F$$

$$\varepsilon^2 \qquad u_{2\,yy} = 2Re\, C_F u_0 u_1 + u_0 \qquad (۹)$$

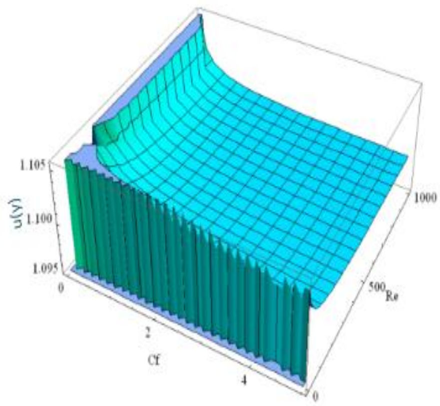
$$\varepsilon^3 \qquad u_{3\,yy} = Re\, C_F({u_1}^2 + 2u_0u_2) + u_1$$

شرایط مرزی برای تمام این معادلات عبارت است از $u_i(1)=$ و $u_i(-1)=0$ که ناشی از شرط عدم لغزش روی دیواره است. مجموعه معادلات خطی حاصل به سادگی حل می‌شوند. رابطه زیر پاسخ تحلیلی تا درجه‌ی ε^2 را نشان می‌دهد.

(۱۰)

$$u(y) = \frac{1}{2}ARe(-1+y^2) + \frac{11A^2\mathrm{Cf}\mathrm{Re}^3 - 15A^2\mathrm{Cf}\mathrm{Re}^3y^2}{120\mathrm{Da}^{0.5}} + \frac{5A^2\mathrm{Cf}\mathrm{Re}^3y^4 - A^2\mathrm{Cf}\mathrm{Re}^3y^6}{120\mathrm{Da}^{0.5}} + \frac{-31500A\mathrm{Re} - 4919A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5}{151200\ \mathrm{Da}} + \frac{37800A\mathrm{Re}y^2 + 6930A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5y^2}{151200\ \mathrm{Da}} + \frac{-6300A\mathrm{Re}y^4 - 2730A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5y^4}{151200\ \mathrm{Da}} + \frac{840A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5y^6 - 135A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5y^8}{151200\ \mathrm{Da}} + \frac{14A^3\mathrm{Cf}^2\mathrm{Re}^5y^{10}}{151200\ \mathrm{Da}}$$

گرچه می‌توان پاسخ را با درجات دقت بالاتر به‌دست آورد. شکل (۱) نیمرخ سرعت را به ازای عدد دارسی برابر ۱۰۰۰و $C_F=0.5$ نشان می‌دهد.



شکل (۱): نیمرخ سرعت به ازای عدد دارسی برابر ۱۰۰۰در C_F و رینولدزهای مختلف

۴- نیمرخ سرعت در مدل‌های مختلف

معادله دارسی و دارسی- فرشهیمر معادلات جبری هستند که به سادگی می‌توان نرخ سرعت را در آنها تعیین نمود. گرچه این دو معادله شرایط مرزی را ارضاء نمی‌کنند.

نیمرخ سرعت معادله دارسی

$$u = -D_a Re\, A$$

(۱۱)

نیمرخ سرعت معادله دارسی- فرشهیمر

$$u(y) = \frac{-1+\sqrt{1-4Re^2C_F(D_a)^{3/2}}}{2C_f Re\sqrt{D_a}}$$

همین پاسخ معادله دارسی- لپ ورد – برینکمن با توجه به شرایط مرزی u(1)=u(-1)=0 به صورت زیر قابل نمایش است.

نیمرخ سرعت معادله دارسی- لپ ورد – برینکمن (۱۲)

$$u(y) = A\,Re\mathrm{Da}\left(-1 + \mathrm{Cosh}\left[\frac{x}{\sqrt{\mathrm{Da}}}\right]\mathrm{Sech}\left[\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Da}}}\right]\right)$$

ترم فرشهمیر معادله جریان را تبدیل به یک معادله غیرخطی می-کند.

در حالت کلی برای مقادیر مختلف عدد دارسی معادله دارسی برینکمن فرشهمیر با روش‌های عددی توسط تخمین مختلف تحلیل شده‌است []. در اینجا یک روش مجانبی تحلیلی برای به‌دست آوردن پاسخ معادله ارائه می‌گردد.

با بازنویسی معادله‌ی (۷) به صورت زیر و ورور پارامتر $\mathcal{K}$، ساختار زیر حاصل می‌گردد. (۱۳)

$$D_a u_{yy} = D_a Re\, A + \mathcal{K} u + \mathcal{K}^2 C_f Re \sqrt{D_a}|u|u$$

به صورت مشخص با میل $\mathcal{K} \to 1$ معادله (۱۳) با معادله (۷) یکسان می‌گردد. با در نظر گرفتن پاسخ معادله‌ی ۱۳ به صورت

$$u = u_0 + \mathcal{K} u_1 + \mathcal{K}^2 u_2 + \cdots \quad (۱۴)$$

و به دست آوردن حد آن به ازای $\kappa \longrightarrow 1$، پاسخ مجانبی برای معادله‌ی (۷) حاصل می‌گردد. با حل معادلات خطی حاصل بر حسب توان‌های مختلفκ ؛ پاسخ زیر-تا درجه κ^2 -برای معادله حاصل شده-است.

$$u(x) = A\,Re((1-x^2)/2) + ⟦D\_a⟧ ^(-1)\,(0.0083 - 0.25x^2 + 0.04167x^4) + AC\_F\ ⟦D\_a⟧ ^0.5\ ⟦Re⟧ ^2\,(0.0916 - 0.125x^2 + 0.04167x^4 - 0.00833x^6) + ⟦D\_a⟧ ^(-2)\,(0.08472 - 0.10417x^2 + 0.02083x^4 - 0.00139x^6) \quad (۱۶)$$

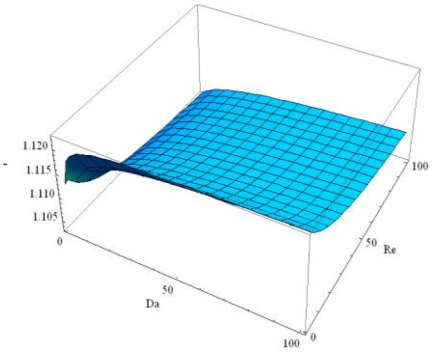
ضریب A را با توجه به اینکه $1 = \int_0^1 u dy$ می‌توان به‌دست آورد.
(۱۷)

$$A = 8.75\mathrm{Da}^{0.5}\left(\frac{\left(-0.333 - \frac{0.05396}{\mathrm{Da}^{2.}} - \frac{0.13333}{\mathrm{Da}^{1.}}\right)\mathrm{Re}}{\mathrm{CfRe}^3} + \frac{\sqrt{\mathrm{Re}^2\left(\left(0.333 + \frac{0.0539}{\mathrm{Da}^{2.}} + \frac{0.133}{\mathrm{Da}^{1.}}\right)^2 + \frac{0.228\mathrm{CfR}}{\mathrm{Da}^{0.5}}\right.}}{\mathrm{CfRe}^3}\right.$$

شکل (۲) پروفیل سرعت حاصل از معادله (۱۵) را به ازای $C_F = 0$ (جریان برینکمن) در مقایسه با حل دقیق (۱۳) نشان می-دهد.

در شکل (۳) تغییرات سرعت برای مقادیر مختلف Da و Re در y= ۰.۵ و C_f=0.5 ارائه می‌کند. همچنین تاثیر عدد دارسی بر

نیمرخ سرعت برای $C_F = 0.5$ و Re=10 در شکل(۱۸) ارائه شده است.



شکل (۲): تغییرات سرعت برای مقادیر مختلف Da و Re در y= ۰.۵ و C_F=0.5

۵- حل معادله‌ی انرژی

معادله انرژی برای جریان توسعه‌یافته درون کانال پرشده از محیط متخلخل را می‌توان به شکل زیر نشان داد

$$\rho Cp\, \bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = K\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}}\right) \quad (۱۸)$$

با معرفی متغیر بدون بعد $\theta = \frac{T-T_w}{T_m-T_w}$ که در آن T_w دمای دیواره و $T_m = \int_0^1 T dy$ معادله (۱۸) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$\frac{H\rho C_p U}{k} u \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (۱۹)$$

از سوی دیگر

$$(T_m - T_w)\rho C_p U \frac{\partial \theta}{\partial x} = q'' = 2h(T_m - T_w) \quad (۲۰)$$

و با جایگذاری معادله نهایی انرژی را بر حسب متغیر بدون بعد θ می‌توان چنین نوشت

$$2\theta''(\mathrm{y}) + \mathrm{u.Nu} = 0 \quad (۲۱)$$

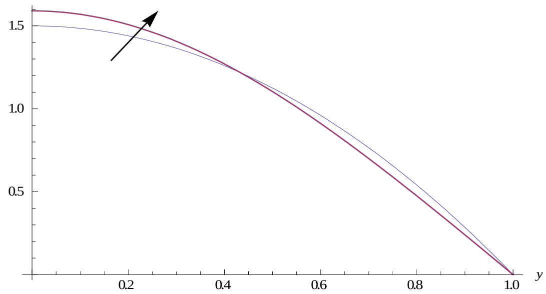
همراه با شرایط مرزی

$$\begin{cases} \theta'(0) = 0 \\ \theta(1) = 0 \end{cases} \quad (۲۲)$$

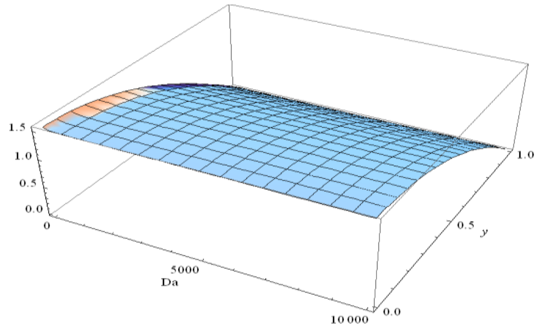
جایگذاری نرخ سرعت خاص از حل مدل‌های مختلف در معادله ۲۱ و حل معادله دیفرانسیل خطی حاصل، نرخ دما را برای هریک از مدل‌ها نتیجه خواهد داد.

برای سرعت حاصل از معادله‌ی دارسی- برینکمن فرشهمیر، معادله نرخ دمای بدون بعد حاصل به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$\theta(y) = \frac{1}{Da^5}(0.0172A\mathrm{Da}^3\mathrm{NuRe} + 0.0424A\mathrm{Da}^4\mathrm{NuRe} + 0.1042A\mathrm{Da}^5\mathrm{NuRe} - 0.02128A\mathrm{Da}^3\mathrm{NuRe}y^2 - 0.052A\mathrm{Da}^4\mathrm{NuRe}y^2 - 0.125A\mathrm{Da}^5\mathrm{NuRe}y^2 + 0.0043A\mathrm{Da}^3\mathrm{NuRe}y^4 + 0.01042A\mathrm{Da}^4\mathrm{NuRe}y^4 + 0.0208A\mathrm{Da}^5\mathrm{NuRe}y^4 - 0.00035A\mathrm{Da}^3\mathrm{NuRe}y^6 - 0.0007A\mathrm{Da}^4\mathrm{NuRe}y^6 + 0.00001A\mathrm{Da}^3\mathrm{NuRe}y^8) \quad (۲۳)$$



الف



ب

شکل(۳): نیمرخ سرعت دارسی- برینکمن- فرشهیمر الف) تاثیر ضریب فرشهیمر Re=100 ,Da=100–ب) تاثیر عدد دارسی برای $C_F = 0.5$ و Re=10

از سوی دیگر با توجه به تعریف T_m:

$$UT_mH = \int_0^H \bar{u}\,T\,d\bar{y} \quad (۲۴\text{-a})$$

$$1 = \frac{T_m - T_w}{T_m - T_w} = \int_0^1 u\left(\frac{T - T_w}{T_m - T_w}\right)dy = \int_0^1 u\,\theta dy \quad (۲۴\text{-b})$$

و در نهایت با استفاده از روابط حاصل شده برای θ و u و انتگرال-گیری مسئله از حاصل‌ضرب آنها و برابر قرار دادن آن با یک می‌توان عدد Nu را برای هر یک از مدل‌های مورد بررسی به‌دست آورد. برای مدل کلی دارسی-برینکمن فرشهمیر فرم کلی Nu را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$Nu = \frac{24D_a{}^{11}}{M+N} \quad (۲۴)$$

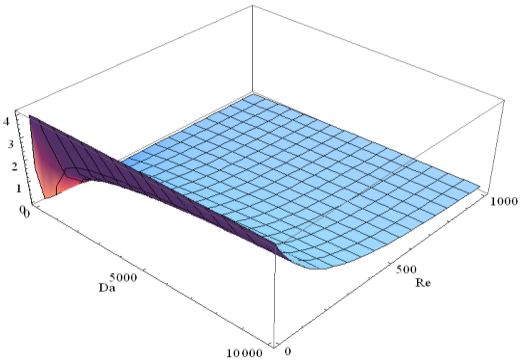
که در آن:

$$M = A^2\mathrm{Re}^2(0.0175\mathrm{Da}^7 + 0.08623\mathrm{Da}^8 + 0.3190\mathrm{Da}^9 + 0.6476\mathrm{Da}^{11}))$$

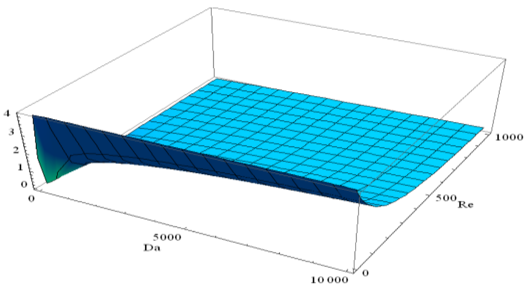
$$Nu = A^2\mathrm{Re}^2(0.0372AC_f\mathrm{Da}^{8.5}\mathrm{Re}^2 + 0.0918AC_f\mathrm{Da}^{9.5}\mathrm{Re}^2 + 0.2265AC_f\mathrm{Da}^{10.5}\mathrm{Re}^2 + \mathrm{Da}^{10}(0.5249 + 0.0198A^2{C_f}^2\mathrm{Re}^4))$$

شکل (۴) تغییرات عدد ناسلت برای جریان دارسی برینکمن فرشهیمر را برحسب عدد دارسی برای ضریب فرشهیمر معادل ۰.۵ و یک ارائه شده است.

شکل (۵) تاثیر ضریب فرشهیمر را بر عدد ناسلت برای مقادیر معین دارسی در مقایسه با هم نشان می‌دهد. با افزایش ضریب فرشهیمر عدد ناسلت کاهش می‌یابد؛ این روند کاهش در اعداد دارسی کوچکتر به یکباره صورت میگیرد و عدد ناسلت به مقادیر مجانبی خود میل میکند. در حالیکه با افزایش عدد دارسی روند کاهش به یک روند خطی نزدیک می‌گردد. که برای مدل دارسی- لپ ورد برینکمن به سادگی با صرف‌نظر کردن از ترم‌های شامل C_F به صورت $\frac{24D_a{}^{11}}{M}$ قابل بیان خواهد بود.

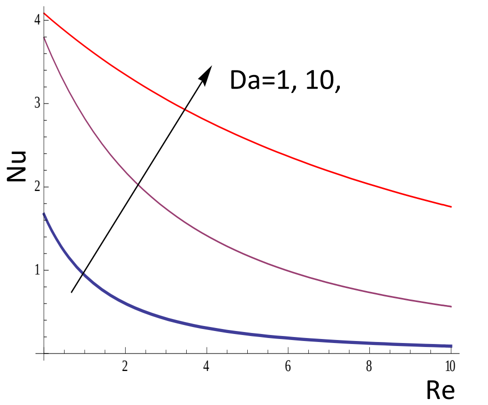


الف



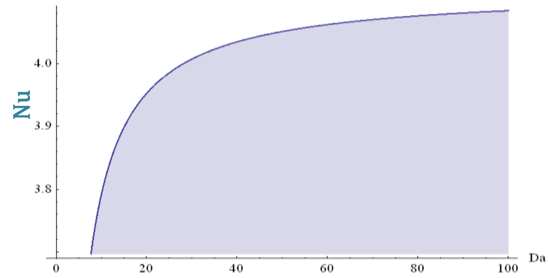
ب

شکل (۴): تغییرات عدد ناسلت برای جریان دارسی برینکمن فرشهیمر برحسب عدد دارسی الف) C_F=0.5 ب) C_F=1



شکل (۵): تاثیر ضریب فرشهیمر بر عدد ناسلت برای مقادیر معین دارسی در مقایسه با یکدیگر

تغییرات عدد Nu برحسب عدد دارسی در جریان برینکمن را میتوان بصورت شکل (۶) نمایش داد. در شرایط حدی با میل عدد دارسی به مقادیر بسیار بزرگ (Da>>) مشاهده می شود که با توجه به نزدیک شدن جریان به جریان پویسله در یک کانال ، عدد ناسلت نیز به مقدار متعارف۴.۱۱۷ میل می‌کند.



شکل (۶): تغییرات عدد **Nu** برحسب عدد دارسی در جریان برینکمن

۶-بحث و نتیجه گیری:

در این مقاله، یک حل تحلیلی مناسب برای مدل‌های مختلف جریان در کانال حاوی محیط متخلخل ارائه شده است. مهمترین نقطه قوت پاسخ ارائه شده، سهولت استفاده از نیمرخ سرعت به ویژه برای تحلیل مسئله‌ی انتقال حرارت جابجایی و همچنین تحلیل اکسرژیک جریان می‌باشد.

افزودن ترم فرشهیمر به معادله دارسی برینکمن سبب غیر خطی شدن معادله می‌گردد. در این مقاله علاوه بر ارائه پاسخ تحلیلی برای این معادله ضریب انتقال حرارت جابجایی برآورد شده است. تاثیر کلیه پارامترها بر عدد ناسلت برآورد شده است.

نتایج نشان می‌دهد ؛ با افزایش ضریب فرشهیمر عدد ناسلت کاهش می‌یابد؛ این روند کاهش در اعداد دارسی کوچکتر به یکباره صورت می‌گیرد و عدد ناسلت به مقادیر مجانبی خودمیل می‌کند. در حالیکه با افزایش عدد دارسی روند کاهش به یک روند خطی نزدیک می گردد.

۷- مراجع:

1. H. C. Brinkman, On the permeability of the media consisting of closely packed porous particles, *Applied Scienti c Research A1* (1947), 81-86.
2. Awartani M. M., Hamdan M. H. Fully Developed Flow Through A Porous Channel Bounded By Flat Plates[J]. *Applied Mathematics And Computation*, 2005, 169(2): 749-757.
3. D. Munaf, D. Lee, A. S. Wineman, K. R. Rajagopal, A boundary value problem in groundwater motion analysis-comparisons based on Darcy's law and the continuum theory of mixtures, *Mathematical Modeling and Methods in Applied Science* 3 (1993), 231-248.
4. S. C. Subramaniam, K. R. Rajagopal, A note on the flow through porous solids at high pressures, *Computers and Mathematics with Applications* 53 (2007), 260-275.
5. K. Kannan, K. R. Rajagopal, Flow through porous media due to high pressure gradients, *Applied Mathematics and Computations*, 1999 (2008), 748-759.
6. K. Vafai and S. J. Kim, “Forced convection in a channel with a porous medium: An exact solution,” *ASME J. Heat Transfer* 111, 1103, 1989
7. K. Vafai and S. J. Kim, “Forced convection in a porous channel with localized heat sources,by A. Hadim, *ASME J. Heat Transfer* 117, 1097, 1995.
8. D. A. Nield, S. L. M. Junqueira, and J. L. Lage, “Forced convection in a fluid-saturated porous-medium channel with isothermal or iso flux boun daries,” *J. Fluid Mech*. 322, 201,1996
9. M. Kaviany, Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates, *Int. J. Heat Mass Transfer* 28 (1985) 851-858
10. Hooman, A. A. Ranjbar-Kani, A perturbation based analysis to investigate forced convection in a porous saturated tube, *J. Comput. Appl. Math*. 162 (2004) 411-419
11. P.D. Ariel, Flow of viscoelastic fluids through a porous channel: I, International *Journal for Numerical Methods in Fluids* 17 (1993) 605–633.

12. M.H. Hamdan, Single-phase flow through porous channels: A review. Flow models and channel entry conditions, *Journal of Applied Mathematics and Computations*, 62 (2&3) (1994) 203–222.
13. Liao, S.J., On the homotopy analysis method for nonlinear problems, *Journal of Applied Mathmatics and Computations*, 147(2),(2004) 499-513
14. Shahnazari, m.r, A novel homotopy Perturbation method: kourosh method for a thermal Boundary layer in a saturated porous medium, *International Journal of Engineering (IJE)* , 25(1), (2012), 59-64