



## تشخیص آسیب در سازه با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ به کمک تغییرات فاز لحظه‌ای

منصور اعظمی<sup>۱</sup>، مهدی صالحی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

### چکیده:

این مقاله به بررسی تشخیص عیب در سازه‌ها با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ می‌پردازد. تغییرات فاز لحظه‌ای به عنوان پارامتر مشخصه جهت تعیین آسیب در نظر گرفته شده است. در این تحقیق از پاسخ ارتعاش آزاد سازه برای تعیین وجود آسیب سازه‌ای استفاده شده است. ابتدا روابط حاکم برای محاسبه تغییرات لحظه‌ای زاویه فاز هریک از مدهای حاصل از تجزیه EMD ارائه شده است. روش پیشنهادی بر روی یک تیر یکسر درگیر معیوب پیاده سازی شده است. با تجزیه EMD پاسخ ارتعاش آزاد تیر، توابع مود ذاتی یا همان IMFs برای حالت‌های سالم و معیوب محاسبه شده‌اند. سپس به کمک تبدیل هیلبرت، تغییرات فاز لحظه‌ای مود اول محاسبه می‌شود و بر اساس آن و به کمک روابط ارائه شده عیب یابی سازه انجام می‌گردد. به منظور ارزیابی کارایی این روش در شرایط واقعی، آزمایش مودال بر روی یک تیر در حالت‌های سالم و معیوب انجام شده است. پاسخ ضربه سیستم با اعمال تبدیل معکوس فوریه بر توابع پاسخ فرکانسی حاصل از آزمایش محاسبه گردیده است. روش مورد نظر روی توابع پاسخ ضربه سازه پیاده سازی شده است. نتایج حاصله هم در مورد مدل عددی و هم برای نتایج تجربی رضایت بخش بوده است

کلیدواژه‌گان: تشخیص آسیب، تبدیل هیلبرت هوانگ، روش EMD، فاز لحظه‌ای

## *Structural damage detection using Hilbert-Huang Transform and instantaneous signal phase*

*Mansour Azami<sup>1</sup>, Mehdi Salehi<sup>2</sup>*

*1 - MSc student, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran*

*2- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran*

*†Corresponding Author Email: mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir*

### Abstract:

This paper examines the damage detection in structures using the Hilbert Huang transform. Instantaneous phase changes are considered as the characteristic parameter for determining structural damage. In this research, the free vibration response of the structure was used to determine the structural damage. First, the governing relationships are presented to calculate the instantaneous variations of the phase angle of each of the EMD decomposition modes. The proposed method is implemented on a defective cantilever beam. By breaking down the structural response into some IMFs through EMD, two sets of intrinsic modes are calculated for intact and damaged states. Then, by using Hilbert transformation, the instantaneous phase changes of the first intrinsic modes are calculated and, based on that, the damage detection is fulfilled using the proposed relationships. In order to evaluate the effectiveness of this method in real-world conditions, modal test was performed on a beam in intact and damaged states. The system impulse response functions are calculated by applying the inverse Fourier transformation on the frequency response functions of the test. The method is implemented on the attained impulse responses. The results are satisfactory both for the numerical model and for the experimental results.

**Keywords:** Structural damage, Hilbert-Huang, EMD, signal phase

## ۱- مقدمه:

در سال‌های اخیر، تحقیق در زمینه تشخیص وجود آسیب سازه‌ها و تعیین موقعیت و شدت آسیب دیدگی‌های احتمالی آن در ابتدایی-ترین زمان ممکن، مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. تحقیقات نشان می‌دهد که تحلیل‌های مبتنی بر ارتعاشات، می‌تواند نقش موثری جهت تشخیص آسیب در سازه‌ها داشته باشد. ایده اولیه جهت تشخیص آسیب بر اساس مشخصات ارتعاشی سازه، بر اساس وابستگی مشخصه‌های ارتعاشی سازه، شامل فرکانس‌ها و فاز لحظه‌ای به خواص فیزیکی سازه از جمله ماتریس جرم و سفتی می‌باشد. بدین منظور با پردازش سیگنال‌های پاسخ سازه، اطلاعات لازم برای تحلیل سازه‌ها و در نتیجه تشخیص آسیب فراهم می‌شود. این سیگنال‌ها حساسیت بالایی به وجود آسیب دارند به صورتی که اگر آسیبی در سازه وجود داشته باشد، بر روی این سیگنال‌ها تاثیر می‌گذارد و می‌توان با روش‌های مختلف پردازش سیگنال از جمله تبدیل فوری، تبدیل فوری زمان کوتاه، تبدیل موجک و تبدیل وینگر ویل، که به طور وسیع جهت تشخیص عیب در سیستم‌های مکانیکی استفاده میشوند، اقدام به عیب‌یابی نمود.

## ۲- پیشینه تحقیق

تبدیل هیلبرت هوانگ یک روش پردازش سیگنال می‌باشد که توسط هوانگ و همکارانش ابداع شده است [۱]. این تبدیل تکنیکی برای آنالیز سیگنال‌های غیر خطی و غیر پایا می‌باشد که مبتنی بر روش تجزیه حالت تجربی و تبدیل هیلبرت می‌باشد. بعد از معرفی این روش کارآمد توسط هوانگ، محققین بسیاری از این تبدیل جهت عیب‌یابی سیستم‌های مکانیکی استفاده نمودند. آبرین و همکاران در پژوهشی با استفاده از روش تجزیه حالت تجربی اقدام به عیب‌یابی سازه یک پل نمودند [۲] آنها همچنین دریافتند که جهت تشخیص آسیب با این روش نیازی به مشخصات مکانیکی جاده نیست. عمر امجد و همکاران با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ و تغییرات فاز و زمان رسیدن سیگنال به اوج، اقدام به تشخیص و اندازه‌گیری میزان آسیب نمودند. آید [۳] و همکاران در پژوهش خود با استفاده از روش تجزیه حالت تجربی اقدام به شناسایی تغییرات سختی یک پل به کمک پاسخ‌های شتاب ناشی از بارهای متحرک شدند. همچنین آنها با استفاده از یک روش تجزیه حالت تجربی اصلاح شده توانستند مشکل پدیده اختلاط مودها که در روش تجزیه حالت تجربی وجود داشت را بر طرف کنند [۴]. هسو و همکاران با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ اقدام به عیب‌یابی یک تیر فولادی نمودند. آنها جهت تشخیص آسیب، یک شاخص تشخیص آسیب بر اساس نسبت پهنای باند ارائه نمودند. آنها به مقایسه روش هیلبرت هوانگ و تبدیل فوری سریع جهت پردازش سیگنال‌ها پرداختند و دریافتند که روش هیلبرت هوانگ برای آسیب‌های کوچک عملکرد بهتری دارند [۵]. راتولیکار و همکاران در پژوهش خود اقدام به عیب‌یابی تیر ترکدار تحت بارگذاری های مختلف با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ کرده‌اند. آنها ترک را

به صورت یک فنر پیچشی مدل نموده و به کمک تغییرات ناگهانی در پاسخ‌های ارتعاشی، مکان ترک را تشخیص دادند [۶]. کانوار و همکارانش در تحقیقی اقدام به تشخیص آسیب در یک مدل آزمایشگاهی پل با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ پرداختند. در این پژوهش آنها آسیب را به وسیله حذف پیچ و مهره‌های پل مدل نمودند و از تبدیل هیلبرت هوانگ برای تجزیه و تحلیل داده‌های فرکانسی، طیف هیلبرت مرزی و فاز لحظه‌ای پل سالم و آسیب دیده استفاده نمودند [۷]. کوئک و همکاران نتایج بدست آمده از پردازش به وسیله تبدیل هیلبرت هوانگ و تبدیل موجک را مقایسه نموده و دریافتند که تبدیل هیلبرت روش کارآمد تری نسبت به تبدیل موجک می‌باشد [۸]. همچنین برنال و همکاران با استفاده از تبدیل هیلبرت و همچنین مفهوم فرکانس لحظه‌ای اقدام به عیب‌یابی یک ساختمان چهار طبقه کردند برای مدل‌سازی عیب از کاهش سفتی سازه استفاده کردند. آنها فرکانس لحظه‌ای هر دو حالت سالم و معیوب را برای اولین تابع مود ذاتی محاسبه کردند. آنها دریافتند که با کاهش فرکانس لحظه‌ای عیب قابل تشخیص می‌باشد و همچنین شدت کاهش فرکانس لحظه‌ای بیانگر شدت عیب می‌باشد [۹]. لین و همکاران با استفاده از تبدیل هیلبرت برای سازه‌های خطی اقدام به ارزیابی مکان و شدت عیب نمودند [۱۰]. گاوو و یان با استفاده از روش‌های تبدیل فوری زمان کوتاه، تبدیل هیلبرت، تبدیل موجک و بسته موجک اقدام به عیب‌یابی بلبرینگ‌ها کردند. آنها نتیجه‌گیری نمودند که روش هیلبرت نسبت به سایر روش‌ها توانایی بیشتری جهت تشخیص عیب دارد [۱۱].

رووری و کارکاترا یک روش جدید براساس تبدیل هیلبرت هوانگ برای تشخیص آسیب یک پل تحت بار متحرک ارائه کردند. در این روش پاسخ‌های ارتعاشی اندازه‌گیری شده را توسط تبدیل هیلبرت هوانگ پردازش شده و سپس محل آسیب توسط بازرسی مستقیم از اولین فرکانس لحظه‌ای مشخص می‌شود [۱۲]. آنها دریافتند که شناسایی آسیب در این روش به عمق ترک، موقعیت آسیب و نویز محیطی حساس می‌باشد درحالی که به سرعت حرکت بار حساس نمی‌باشد. فلدمن جهت عیب‌یابی اقدام به تجزیه و تحلیل سیگنال‌های ارتعاشی با استفاده از تبدیل هیلبرت نمود و نتایج مطلوبی بدست آورد [۱۳]. همچنین کوئک و همکاران در پژوهش خود نشان دادند که تبدیل هیلبرت هوانگ می‌تواند در رفع برخی مشکلات جهت عیب‌یابی در سازه‌ها از جمله در تیرهای آلومینیومی مفید باشد [۱۴]. همچنین آنها با اعمال این روش توانستند عیب موجود در تیر آلومینیومی را به خوبی تشخیص دهند. سورج و یوسفی کما با شبیه‌سازی یک تیر ترکدار در نرم افزار آباکوس و استخراج سیگنال‌های حاصل و تجزیه این سیگنال‌ها با استفاده از روش تجزیه حالت تجربی و اعمال تبدیل هیلبرت بر روی توابع مود ذاتی بدست آمده، توانستند نمودار چگالی انرژی- زمان را استخراج کنند [۱۵]. در نهایت با استفاده از این نمودار توانستند مکان عیب را محاسبه نمایند. همچنین سالوینو و پینس توانستند به کمک تبدیل هیلبرت فاز لحظه‌ای سازه را استخراج کنند

استفاده می‌شود. بنابراین پس از به کار بردن  $h_1(t)$  به جای  $x(t)$  و اعمال مراحل ۱ تا ۴ رابطه (۱) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \quad (3)$$

این مراحل  $k$  بار تکرار می‌شود تا  $h_1(t)$  یک تابع مود ذاتی باشد. در نهایت خواهیم داشت:

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (4)$$

هنگامیکه شرط توقف ارضا می‌شود، اولین تابع مود ذاتی به صورت  $h_{1k} = c_1$  بدست می‌آید. پس از اینکه تابع مود ذاتی  $c_1$  حاصل شد، مانده  $r_1$  به صورت حاصل تفریق  $c_1$  از سیگنال ورودی  $x(t)$  تعریف می‌شود

۶- برای یافتن تابع مود ذاتی بعدی باید از مرحله اول شروع نمود. با این تفاوت که در این مراحل مانده  $r_1$  جایگزین سیگنال ورودی می‌شود.

مراحل ۱ تا ۶ تا حصول  $c_j$  و  $r_j$  تکرار می‌شود و نتایج به صورت زیر خواهد بود [۱۷]:

$$r_1 - c_2 = r_2$$

$$r_2 - c_3 = r_3$$

⋮

$$r_{n-1} - c_n = r_n \quad (5)$$

روش تجزیه حالت تجربی هنگامی خاتمه می‌یابد که به طور ایده آل مانده  $r_n$  شامل هیچ نقطه اکسترممی نباشد. به عبارت دیگر، مانده یک تابع ثابت یا یکنواخت باشد. پس از اتمام مراحل تجزیه، سیگنال ورودی را می‌توان به صورت حاصل جمع توابع مود ذاتی‌ها و آخرین مانده به صورت رابطه (۶) نوشت [۲۰-۱۸]:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (6)$$

توابع مود ذاتی استخراج شده در هر لحظه دارای یک فرکانس لحظه‌ای و یک فاز لحظه‌ای و همچنین یک دامنه لحظه‌ای می‌باشند که جزء خواص ذاتی این توابع مود ذاتی می‌باشد و برای هر تابع مود ذاتی در زمان‌های یکسان مقداری متفاوت دارند. نحوه محاسبه این خواص به کمک تبدیل هیلبرت هوانگ در بخش بعدی ارائه خواهد شد.

#### ۴- تبدیل هیلبرت هوانگ و سیگنال تحلیلی

تبدیل هیلبرت  $H[x(t)]$  بر روی تابع حقیقی  $x(t)$  که از  $-\infty$  تا  $+\infty$  گسترده شده، یک تابع حقیقی می‌باشد که به صورت رابطه (۷) بیان می‌شود:

$$H[x(t)] = y(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ \int_{-\infty}^{0-\epsilon} \frac{x(u)}{\pi(t-u)} du + \int_{0+\epsilon}^{+\infty} \frac{x(u)}{\pi(t-u)} du \right] \quad (7)$$

با فرض  $\int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt < 0$  معادله بالا را می‌توان به صورت رابطه (۸) نوشت:

و ارتباط فاز لحظه‌ای را، که یک ویژگی منحصر به فرد برای توصیف ساختار سیگنال می‌باشد با خواص فیزیکی سازه از جمله ماتریس جرم، ماتریس نرمی و میرایی بیان کنند [۱۶].

در اکثر پژوهش‌هایی که از تبدیل هیلبرت برای تشخیص عیب استفاده شده است، جهت تشخیص عیب از پارامترهایی نظیر فرکانس لحظه‌ای [۷، ۹، ۱۲] و یا نمودار چگالی انرژی-زمان [۱۵] استفاده شده است. برخی از محققان استفاده از ویژگی‌های فاز لحظه‌ای سیگنال‌های ارتعاشی را پیشنهاد کرده‌اند [۷، ۱۶].

در این پژوهش به منظور تشخیص آسیب در سازه‌ها، از تغییرات زمانی فاز لحظه‌ای استفاده شده است، به این صورت که با استفاده از تبدیل هیلبرت و روش تجزیه حالت تجربی بر روی توابع ذاتی، نمودار فاز لحظه‌ای هیلبرت برای تیر سالم و معیوب استخراج شده و با روشی که در این مقاله ذکر شده، اقدام به تشخیص عیب شده است.

#### ۳- تجزیه سیگنال به روش تجزیه حالت تجربی:

روش تجزیه حالت تجربی بر اساس این فرض ساده پایه‌گذاری شده که هر سیگنال متشکل از اجزای اساسی خود می‌باشد. بر اساس این روش هر سیگنال را می‌توان به تعدادی سیگنال که بتواند هر دو شرط زیر را ارضا کند تجزیه نمود [۱۷]:

- ۱- اختلاف تعداد اکسترمم‌ها و صفرهای سیگنال باید حداکثر برابر با یک باشد.
- ۲- مقدار متوسط دامنه محلی ماکزیمم و مینیمم هر قسمت سیگنال باید برابر صفر باشند.
- به این سیگنال‌های تجزیه شده توابع مود ذاتی گفته می‌شود. برای تجزیه سیگنال‌های حوزه زمان و بدست آوردن توابع مود ذاتی بایستی مراحل زیر بر روی یک سیگنال به ترتیب انجام گردد:
- ۱- یافتن همه نقاط ماکزیمم و مینیمم محلی یک سیگنال
- ۲- تشکیل منحنی پوش بالایی از ماکزیمم‌های نسبی و همچنین تشکیل منحنی پوش پایینی از مینیمم‌های نسبی
- ۳- محاسبه میانگین منحنی پوش‌های بالایی و پایینی برای هر لحظه  $t$  که به آن میانگین پوش‌ها گفته می‌شود و با  $m_1$  نشان داده می‌شود.
- ۴- تفریق میانگین پوش‌ها از سیگنال ورودی

$$h_1(t) = x(t) - m_1 \quad (1)$$

مقدار  $h_1(t)$  اولین عضوی است که باید بررسی شود که آیا شرایط تابع مود ذاتی را دارا می‌باشد و یا خیر.

هوانگ و همکارانش [۱] از انحراف استاندارد به عنوان شرط توقف استفاده نمودند. انحراف استاندارد  $SD$  از دو جمله متوالی به کمک رابطه (۲) حاصل می‌شود

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[ \frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (2)$$

۵- اگر  $h_1(t)$  یک تابع مود ذاتی نباشد مراحل ۱ تا ۴ تکرار می‌شود ولی اینبار به جای استفاده از سیگنال اولیه، از  $h_1(t)$  نیز

این پارامترهای لحظه‌ای توسط روابط (۱۰) و (۱۱) حاصل می‌شوند، که در رابطه (۱۱) فاز لحظه‌ای هیلبرت با استفاده از سیگنال حقیقی  $x(t)$  در حوزه زمان بدست می‌آید. با این حال در این پژوهش سیگنال  $x(t)$  با استفاده از روش تجزیه حالت تجربی به منظور رسیدن به توابع مود ذاتی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده می‌شود. با استفاده از این روش، سیگنال  $x(t)$  به  $n$  مود  $c_i(t)$  تبدیل می‌شود و در نهایت سیگنال  $x(t)$  از جمع این  $c_i(t)$  مطابق رابطه (۱۵) بدست می‌آید:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) \quad (15)$$

سپس تبدیل هیلبرت بر روی هر یک از توابع مود ذاتی اعمال شده و فاز لحظه‌ای برای هر تابع مود ذاتی مطابق رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. در نهایت فاز لحظه‌ای کل از مجموع تک تک فازهای لحظه‌ای حاصل از هر تابع مود ذاتی طبق رابطه (۱۶) حاصل می‌شود:

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^n \arctan \left[ \frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \right] \quad (16)$$

از طرفی، فرکانس لحظه‌ای با مشتق‌گیری از فاز لحظه‌ای به دست می‌آید. در نتیجه فاز لحظه‌ای بایستی پیوسته باشد. این تابع فاز هیچگاه به یک فاصله از طول  $2\pi$  محدود نمی‌شود و به طور یکنواخت این تابع فاز نیز افزایش می‌یابد. حال با توجه به خواص منحصر به فرد فاز لحظه‌ای یک سیگنال، می‌تواند به عنوان یک ابزار کارآمد جهت تشخیص عیب مورد استفاده قرار گیرد. از طرفی آقایان سالوبنو و پینس [۱۶] در پژوهش خود وابستگی فاز لحظه‌ای هیلبرت با پارامترهای ساختاری سازه از جمله ماتریس سختی، ماتریس جرم و میرایی ارائه کرده‌اند. آنها توانستند معادله‌ای ارائه کنند که رابطه‌ی فاز لحظه‌ای و پارامترهای ساختاری سازه از جمله ماتریس سختی، ماتریس جرم، سطح مقطع و همچنین فرکانس، طبیعی که خود وابسته به خواص ساختاری سازه‌ها می‌باشد، را بیان می‌کند. رابطه (۱۷) وابستگی را به خوبی نمایش می‌دهد [۱۶]:

$$Z(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \\ = A \sqrt{1 + (\omega_0^2 \frac{m}{2k})} e^{i(\omega_0 t + \omega_0 \sqrt{m/2k})} \quad (17)$$

در نتیجه می‌توان با استناد به معادله فوق و با این فرض که پارامترهای ساختاری بر روی توابع مود ذاتی تاثیرگذار هستند، با استفاده از فاز لحظه‌ای هیلبرت اقدام به تشخیص عیب نمود.

#### ۷- شبیه سازی عددی

ابتدا به منظور تشخیص آسیب با استفاده از فاز لحظه‌ای، یک مدل المان محدود از یک تیر یکسر درگیر شبیه سازی می‌شود. آسیب در تیر به صورت کاهش سطح مقطع در یک المان از تیر مدل شده است. سپس تیرهای سالم و معیوب در نرم افزار آباکوس مدل شده و پاسخ‌های جابه‌جایی استخراج می‌شوند. در ادامه، به کمک روش تجزیه حالت تجربی سیگنال‌های پاسخ تجزیه می‌شوند. برای تجزیه این سیگنال‌ها به روش تجزیه حالت تجربی باید یک معیار توقف

$$H[x(t)] = y(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(u)}{(t-u)} du \quad (8)$$

$y(t)$  تبدیل هیلبرت تابع اولیه  $x(t)$  می‌باشد که از لحاظ فیزیکی این تابع را می‌توان تغییر فاز  $\frac{\pi}{2}$  در نظر گرفت زیرا کانولوشن  $x(t)$  با تابع  $\frac{1}{\pi t}$  معادل ضرب تبدیل فوریه تابع در مقدار موهومی  $\pm i$  در حوزه فرکانس می‌باشد. از این رو مقدار دامنه  $x(t)$  بدون تغییر می‌ماند ولی تغییر فاز  $\frac{\pi}{2}$  در کلیه مولفه‌های فرکانسی آن روی می‌دهد. با معرفی  $y(t)$  سیگنال تحلیلی  $z(t)$  به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$z(t) = x(t) + iy(t) \quad (9)$$

سیگنال  $z(t)$  تابعی از زمان با دامنه لحظه‌ای  $a(t)$  و فاز لحظه‌ای  $\theta(t)$  می‌باشد، که به ترتیب توسط روابط (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (10)$$

$$\theta(t) = \arctan \left[ \frac{y(t)}{x(t)} \right] \quad (11)$$

در نهایت رابطه (۹) را می‌توان به صورت رابطه (۱۲) نوشت:

$$z(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (12)$$

تبدیل هیلبرت با محاسبه قسمت موهومی از یک روش واحد، اساس تعریف یک سیگنال تحلیلی را تشکیل می‌دهد.

#### ۵- فرکانس لحظه‌ای هیلبرت

مفهوم فرکانس لحظه‌ای جزء مفاهیم بحث انگیز است که حتی با تعریف تبدیل هیلبرت نیز اختلافات در مفهوم آن پابرجاست [۲۱-۲۳] ولی تعریفی که اغلب برای فرکانس لحظه‌ای به کار برده می‌شود به صورت تغییر آهنگ زاویه فاز می‌باشد. این زاویه فاز به کمک تبدیل هیلبرت و توسط رابطه (۱۳) حاصل می‌شود:

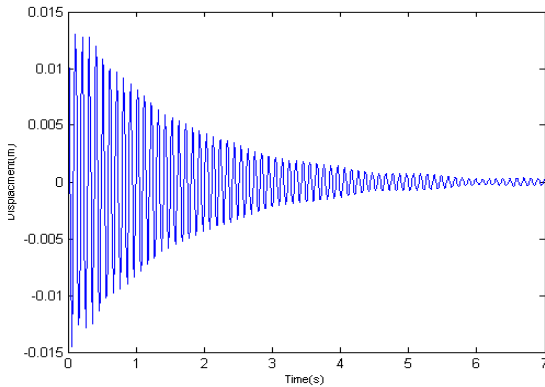
$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad (13)$$

گر چه این تعریف برای فرکانس لحظه‌ای اصلی‌ترین و رایج‌ترین تعریف می‌باشد ولی تعریفی واحد برای آن وجود ندارد. فرکانس لحظه‌ای که با استفاده از سیگنال تحلیلی و تبدیل هیلبرت حاصل می‌شود مفهوم فیزیکی معنا داری از سیگنال ارائه می‌دهد که همان آهنگ تغییر فاز می‌باشد.

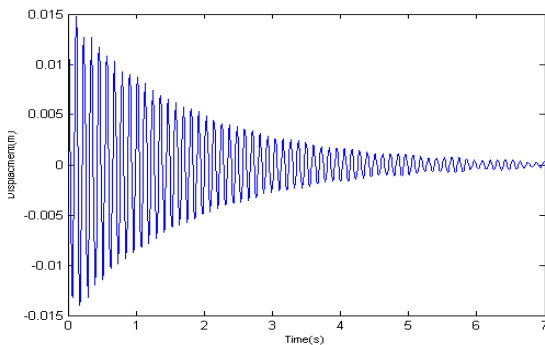
#### ۶- فاز لحظه‌ای هیلبرت

همانطور که در بخش (۳) مشاهده شد، تبدیل هیلبرت بر روی یک سیگنال زمانی حقیقی  $x(t)$  اعمال می‌شود و به وسیله  $H[x(t)]$  نمایش داده می‌شود. بنابراین  $z(t) = x(t) + iH[x(t)]$  به  $iH[x(t)]$  یک سیگنال تحلیلی می‌باشد که در آن  $H[x(t)]$  به صورت رابطه (۸) می‌باشد. می‌توان با استفاده از آن یک تابع پوش  $a(t)$  که توصیف دامنه لحظه‌ای از سیگنال  $x(t)$  و همچنین تابع فاز  $\theta(t)$  که توصیف کننده فاز لحظه‌ای سیگنال  $x(t)$  می‌باشد را با استفاده از رابطه (۱۴) بدست آورد:

$$z(t) = x(t) + iH[x(t)] = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (14)$$

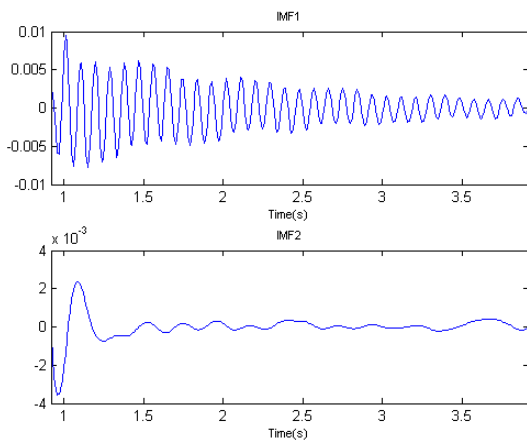


شکل (۳) پاسخ جایجایی تیر معیوب در حالت اول



شکل (۴) پاسخ جایجایی تیر معیوب در حالت دوم

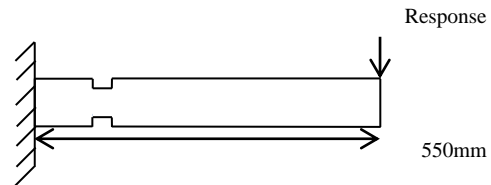
سیس با استفاده از روش تجزیه حالت تجربی و به کمک نرم افزار متلب، هر یک از پاسخ‌های جابه‌جایی استخراج شده برای تیرهای سالم و معیوب تجزیه می‌شوند. توابع مود ذاتی اول تا چهارم حاصل از هر یک از این پاسخ‌های جابه‌جایی مطابق شکل ۵ تا ۷ استخراج شده اند.



SD انتخاب گردد. در این تحلیل معیار توقف مقدار  $0/2$  برای این پارامتر انتخاب شده است [۱] سپس توابع مود ذاتی استخراج شده و به کمک تبدیل هیلبرت هوانگ، فرکانس لحظه‌ای هر یک از این تابع مود ذاتی نیز محاسبه می‌شوند. برای شبیه‌سازی، از مشخصات تیر مرجع [۲۴] استفاده شده است. تیر سالم به صورت یکسر درگیر از جنس آلومینیوم به طول  $550$  میلی متر و مقطع مستطیلی  $4 \times 40$  میلی متر مربع در نظر گرفته شده است. مدول یانگ  $73.1 \times 10^9$  Pa، چگالی  $2790$  kg/pa و نسبت پواسون  $0/33$  است. تعداد امان‌های تیر برابر  $32$  می‌باشد. شرایط اولیه عبارتند از:  $u(0) = 10\text{mm}$

$$u'(0) = 0$$

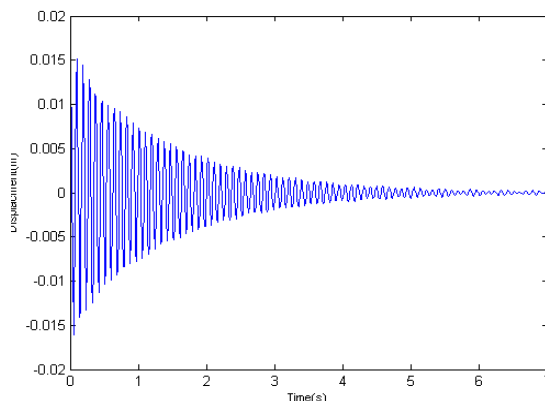
و برای مدل سازی تیر معیوب، از ابعاد و خواص مکانیکی مشابه تیر سالم استفاده می‌شود، با این تفاوت که سطح مقطع امان ششم تیر را همانند شکل ۱ یک بار به ابعاد  $3/5 \times 40$  میلی متر مربع و یک بار به ابعاد  $3 \times 40$  میلی متر مربع تغییر داده می‌شود. از این پس، این دو حالت عیب به ترتیب حالت اول و حالت دوم نامیده خواهند شد.



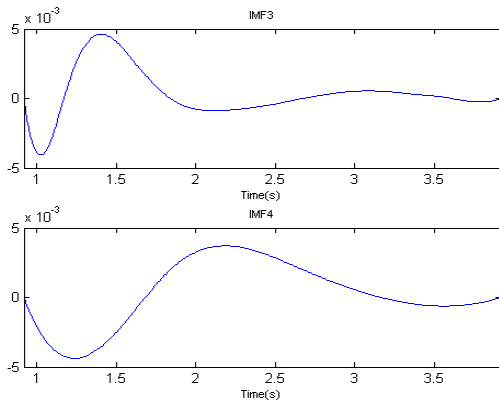
شکل (۱) تیر یکسر درگیر معیوب

#### ۷-۱- نتایج شبیه سازی

برای انجام شبیه‌سازی، تیرهای سالم و معیوب در نرم‌افزار آباکوس مدل می‌شوند. پاسخ جابه‌جایی هر یک از تیرهای سالم، معیوب حالت اول و معیوب حالت دوم در انتهای آزاد تیر به ترتیب مطابق شکل‌های ۲ تا ۴ بدست آمده‌اند.

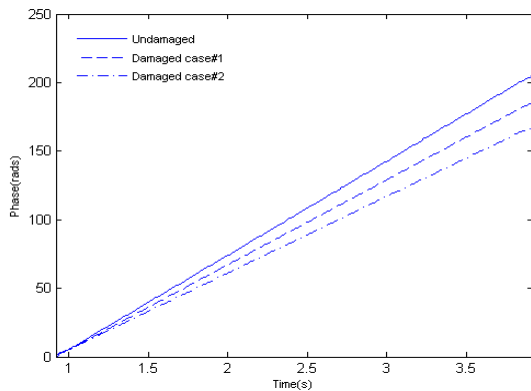


شکل (۲) پاسخ جایجایی تیر سالم



شکل (۷) توابع مود ذاتی تیر معیوب در حالت دوم

جهت تشخیص عیب در تیرها فاز لحظه‌ای برای تابع مود ذاتی اول هر تیر مطابق شکل ۸ استخراج می‌شوند:



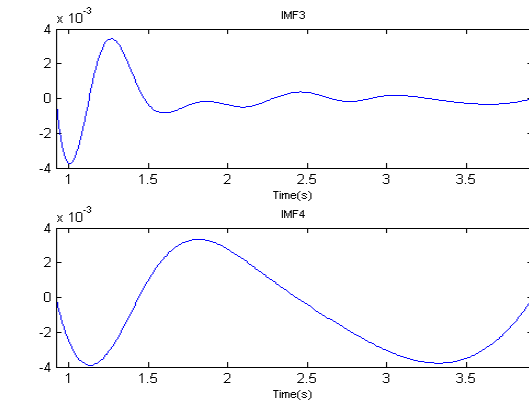
شکل (۸) نمودار فاز لحظه‌ای هیلبرت حاصل از تابع مود ذاتی اول

با توجه به شکل ۸ می‌توان با مشاهده تغییر شیب در نمودار فاز لحظه‌ای به وجود عیب سازه‌ای پی برد. از لحاظ فیزیکی همانطور که قبلاً اشاره گردید، وجود عیب بر پارامترهای ساختاری سازه از جمله فاز لحظه‌ای تأثیر می‌گذارد. شیب نمودار فاز لحظه‌ای در حالت معیوب نسبت به حالت سالم کاهش می‌یابد. همانطور که در شکل ۸ مشخص می‌باشد، شدت آسیب با تغییر شیب نمودار فاز لحظه‌ای رابطه مستقیم دارد. می‌توان با افزایش تعداد المان‌ها در تیرهای سالم و آسیب دیده، تغییر شیب فاز لحظه‌ای هیلبرت را با وضوح بهتری دید.

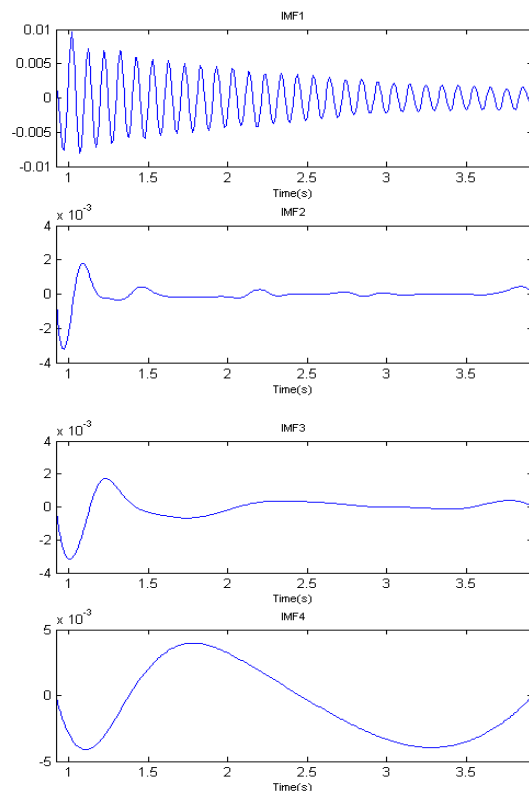
برای اعتبار سنجی این روش جهت تشخیص عیب، از روش تجربی جهت عیب‌یابی استفاده می‌شود. در بخش بعدی نتایج روش تجربی ارائه می‌گردد.

#### ۸- مطالعه تجربی

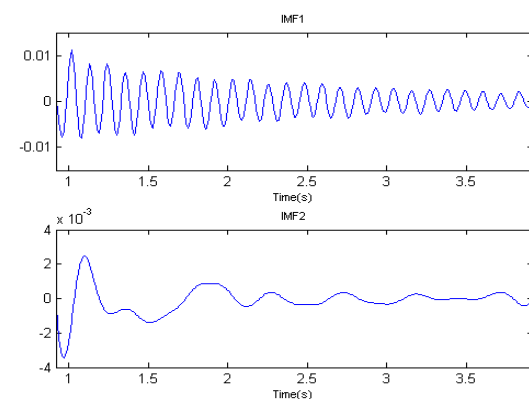
برای بررسی روش پیشنهاد شده از دیدگاه عملی، آزمون مودال بر روی یک تیر آلومنیومی در حالت سالم و همچنین دو حالت معیوب با شدت‌های مختلف انجام شد. با آویختن تیر توسط کابل‌های انعطاف پذیر شرایط مرزی آزاد-آزاد شبیه‌سازی گردیده است. شکل ۹

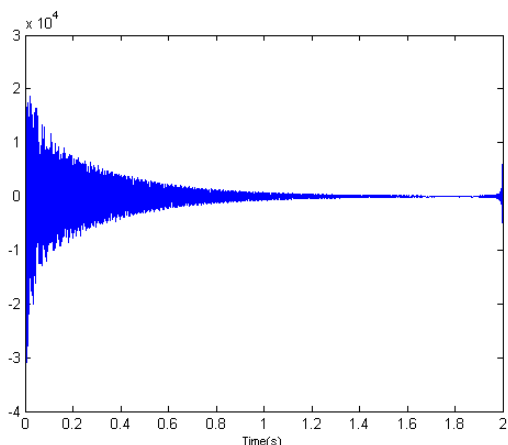


شکل (۵) توابع مود ذاتی تیر سالم

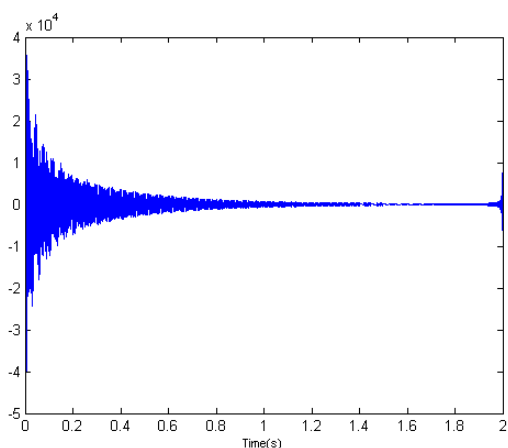


شکل (۶) توابع مود ذاتی تیر معیوب در حالت اول

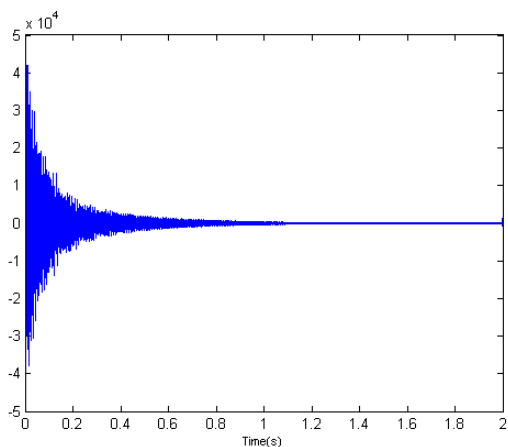




شکل (۱۰) پاسخ ضربه تیر سالم



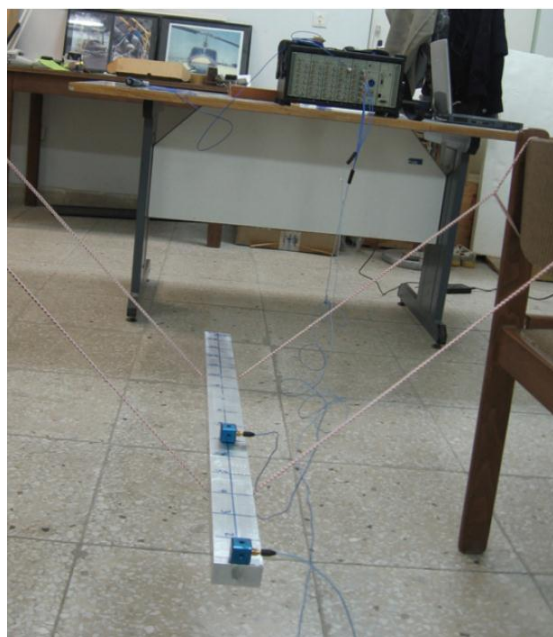
شکل (۱۱) پاسخ ضربه تیر معیوب در حالت اول



شکل (۱۲) پاسخ جابجایی تیر معیوب حالت دوم

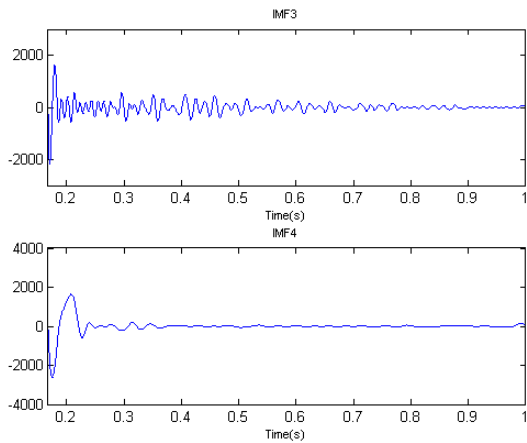
سپس با استفاده از روش تجزیه مودهای تجربی، اقدام به تجزیه هر یک از پاسخ‌های ضربه تیرهای سالم و معیوب جهت استخراج مولفه‌های مود ذاتی اول تا چهارم هر یک از پاسخ‌ها مطابق شکل-های ۱۳ تا ۱۵ می‌شود.

چیده‌مان آزمون مودال را نشان می‌دهد. سطح مقطع تیر مستطیل شکل و به ابعاد ۵۰ در ۲۵ میلی‌متر و طول ۸۰۰ میلی‌متر می‌باشد. ۱۷ نقطه اندازه‌گیری با فواصل مساوی روی تیر در نظر گرفته شده است. بازه فرکانسی آزمون ۰ تا ۱۶۰۰ هرتز با گام فرکانسی ۰/۵ هرتز بوده است. جهت تحریک سازه از یک چکش B&K 8202 با سر فلزی و برای اندازه‌گیری پاسخ‌های شتاب شتاب سنج PCB 356B08 تیر استفاده شده است. جهت ایجاد آسیب در تیر، یک شکاف در دو مرحله به عمق‌های ۵ و ۱۰ میلی‌متر نزدیک گره اندازه‌گیری شماره ۷ ایجاد شده است.

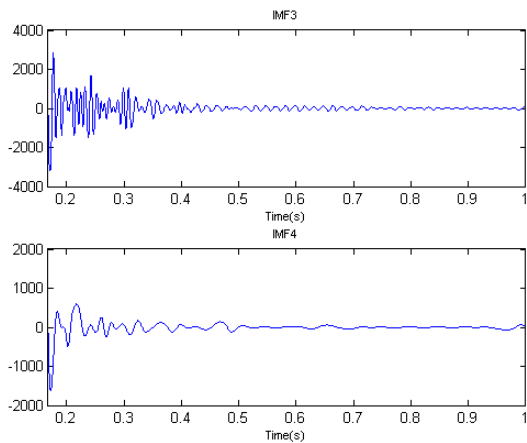
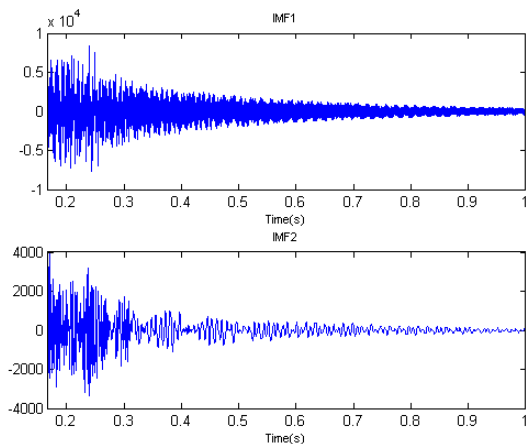


شکل (۹) چیده مان تست تجربی

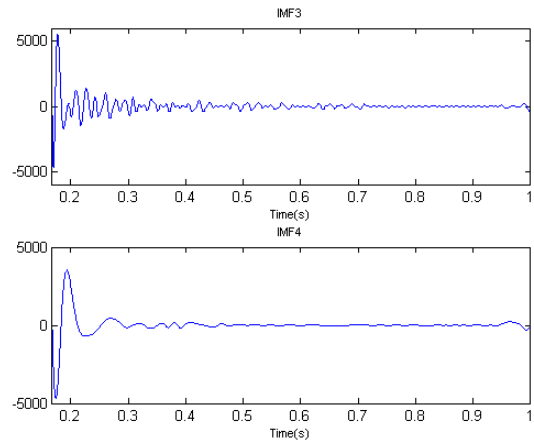
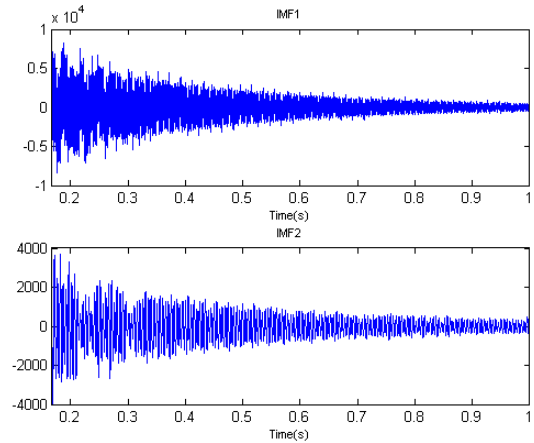
با اجرای تست مودال، پاسخ‌های فرکانسی برای تیرهای سالم و معیوب به دست آمده‌اند. به کمک تبدیل معکوس فوریه بر روی توابع پاسخ فرکانسی، توابع پاسخ ضربه سیستم استخراج شده‌اند. اطلاعات حاصل با استفاده از تجزیه مودهای تجربی و محاسبه فاز لحظه‌ای برای عیب‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هریک از هفده سیگنال زمانی به دست آمده می‌توانند در الگوریتم عیب‌یابی مورد بحث مورد استفاده قرار گیرند. اینجا از پاسخ ضربه حاصل از گره ۱ و تحریک در گره ۱۷ استفاده شده است. شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ توابع پاسخ ضربه را برای تیرهای سالم و معیوب نشان می‌دهد.



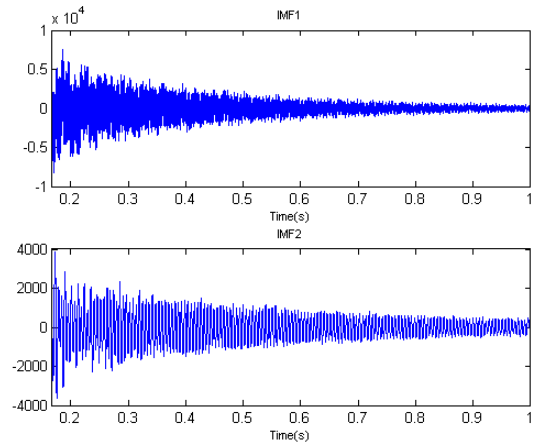
شکل (۱۴) توابع مود ذاتی تیر معیوب در حالت اول



شکل (۱۵) توابع مود ذاتی تیر معیوب حالت دوم



شکل (۱۳) توابع مود ذاتی تیر سالم



حال جهت تشخیص عیب در تیر همانند روش تئوری که در بخش ۶ توضیح داده شد، برای تابع مود ذاتی اول هر یک از تیرهای سالم و معیوب با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ، نمودار فاز لحظه‌ای هیلبرت مطابق شکل ۱۶ استخراج می‌شود



3. U. Amjad, S. K. Yadav, T. Kundu, "Detection and quantification of pipe damage from change in time of flight and phase", *Ultrasonics*, Vol. 62, pp. 223-236, 2015

4. H. Aied, A. Gonzalez, D. Cantero, "Identification of sudden stiffness changes in the acceleration response of a bridge to moving loads using ensemble empirical mode decomposition", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 66-67, pp. 314-338, 2016

5. W. K. Hsu, D. J. Chiou, C. W. Chen, M. Y. Liu, W. L. Chiang, P. C. Huang, "Sensitivity of initial damage detection for steel structures using the Hilbert-Huang transform method", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 19, No. 6, pp. 857-878, 2012

6. M. D. Ratolikar, M. C. S. Reddy, T. R. Theja, C. Siddhartha, "Crack Detection for Various Loading Conditions in Beam Using Hilbert - Huang Transform", *Journal of Mechanical and Civil Engineering*, Vol. 12, No. pp. 22-29, 2015

7. A. Kunwar, R. Jha, M. Whelan, K. Janoyan, "Damage detection in an experimental bridge model using Hilbert-Huang transform of transient vibrations", *Struct. Control Health Monit*, 2011

8. S. Quek, P. Tua, Q. Wang, "Comparison of Hilbert-Huang Wavelet and Fourier Transforms for Selected Applications", *Mini-Symp. on Hilbert-Huang Transform in Engineering Applications*, Newark, Delaware, 2003.

9. D. Bernal, B. Gunes, "An Examination of Instantaneous Frequency as a Damage Detection Tool", *14th Engineering Mechanics Conference*, Austin, Texas, 2000.

10. S. Lin, J. Yang, L. Zhou, "Damage Identification of a Benchmark Building for Structural Health Monitoring", *Smart Materials and Structures*, Vol. 14, pp. 162-169, 2005.

11. R. X. Gao, R. Yan, "Non-stationary Signal Processing for Bearing Health Monitoring", *International Journal of Manufacturing Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 18 - 40, 2006.

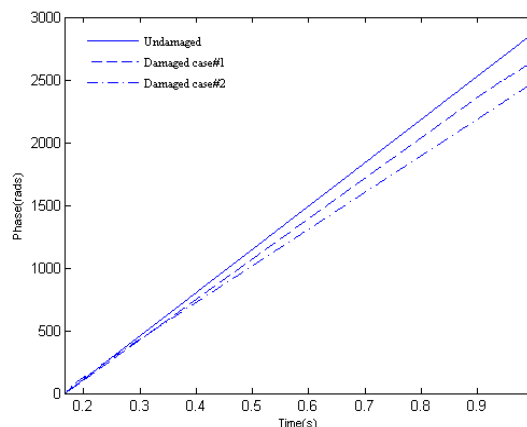
12. N. Roveri, A. Carcaterra, "Damage detection in structures under traveling loads by Hilbert-Huang transform", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 28, pp. 128-144, 2012.

13. M. Feldman, "Hilbert transform in vibration analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, pp. 735-802, 2010.

14. S. Quek, P. Tua, Q. Wang, "Detecting Anomalies in Beams and Plate Based on the Hilbert-Huang Transform of Real Signals", *Smart Materials and Structures*, Vol. 12, pp. 447-460, 2003.

15. M. H. Soorgee, A. Yousefi-Koma, "Crack Diagnosis in Beams using Propagated Waves and Hilbert Huang Transformation", *4th International Conference on NDT*, Chania, Crete-Greece, 2007.

16. D. Pines, L. Salvino, "Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the



شکل (۱۶) نمودار فاز لحظه‌ای هیلبرت حاصل از تابع مود ذاتی اول

نمودار شکل ۱۶، تغییر شیب در نمودار فاز لحظه‌ای هیلبرت ناشی از وجود آسیب‌های سازه‌ای را به وضوح نشان می‌دهد. کارایی این روش در شرایط عملی و واقعی بسیار بالا به نظر می‌رسد.

#### ۹- نتیجه گیری:

با توجه به اهمیت تشخیص آسیب در سازه‌ها و سیستم‌های مکانیکی، در تحقیق حاضر به تشخیص عیب در سازه‌ها با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ و تغییرات فاز لحظه‌ای پرداخته شد. نتایج به دست آمده برای هر دو مطالعه موردی عددی و آزمایشگاهی رضایت بخش بوده است. در مطالعه عددی از پاسخ‌های جابه‌جایی سازه‌های سالم و معیوب برای تعیین وجود آسیب در سازه استفاده شد. این پاسخ‌ها با استفاده از روش EMD تجزیه شده و IMFs حاصل از هر یک از این پاسخ‌های جابه‌جایی استخراج گردید. سپس با استفاده از تبدیل هیلبرت هوانگ، فاز لحظه‌ای برای IMF اول هر یک از تیرهای سالم و معیوب استخراج گردید. در نهایت با مقایسه نمودار فاز لحظه‌ای برای هر یک از حالت‌های سالم و آسیب دیده، وجود یا عدم وجود آسیب در سازه تعیین گردید. با افزایش شدت عیب سازه‌ای، انحراف مقادیر فاز لحظه‌ای نسبت به حالت سالم بیشتر و بیشتر می‌شود. روش ارائه شده بر روی سیگنال‌های زمانی به دست آمده از اندازه‌گیری تجربی نیز پیاده‌سازی گردید. کارکرد روش در حالت تجربی نیز رضایت بخش بوده است. بر این اساس می‌توان پتانسیل به کارگیری این روش برای پایش سلامت سازه را به صورت جدی مدنظر قرار داد

#### ۱۰- مراجع

1. N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. C. Yen, C. C. Tung, H. H. Liu, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis", *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 454, No. 5, pp. 903-995, 1998.

2. E. J. O'Brien, A. Malekjafarian, A. Gonzalez, "Application of empirical mode decomposition to drive-by bridge damage detection", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 61, pp. 151-163, 2017

Hilbert phase”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 294, pp. 97-134, 2006.

17. F. Xianfeng, J. Mingzuo, “Gearbox fault detection using empirical mode decomposition”, *ASME International Mechanical Congress and Exposition*, Vol. 12, No. 4, pp. 456-467, 2004.

18. D. Yu, J. Cheng, Y. Yang, “Application of EMD method and Hilbert Spectrum to the fault diagnosis of roller bearings”, *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 19, No. 3, pp. 259-270, 2003.

19. N. E. Huang, “The empirical mode decomposition and Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”, *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 454, No. 5, pp. 903-995, 2002.

20. P. Beena, R. Ganguli, “Structural damage detection using fuzzy cognitive maps and Hebbian learning”, *Journal of Applied Soft Computing*, Vol. 12, No.3, pp. 132-144, 2010.

21. L. Cohen, *Time-Frequency Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.

22. B. Boashash, “Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals”, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 80, No. 4, pp. 520-538, 1992.

23. D. Vakman, “On the analytic signal the teager-kaiser energy algorithm and other methods for defining amplitude and frequency”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 4, No. 4, pp. 791-797, 1996.

24. E. Douka, J. L. Hadjileontiadis, “Time-frequency Analysis of the Free Vibration Response of a Beam with a Breathing Crack”, *NDT&E International*, Vol. 38, pp. 3-10, 2005.